Kontaktgeometrie

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Seien M, L Mannigfaltigkeiten und $\psi\colon L \longrightarrow M$ eine injektive Immersion. Sei $\gamma\colon (a,b) \longrightarrow M$ eine C^∞-Kurve mit Bild in L. Gilt dann $\dot\gamma(t) \in T_{\gamma(t)}L$ für alle $t \in (a,b)$?

Aufgabe 2. Seien M, N differenzierbare Mannigfaltigkeiten, $f \in C^\infty(M,N)$, $X_1, X_2 \in \Gamma(TM)$ und $Y_1, Y_2 \in \Gamma(TN)$. Falls

$$T_p f(X_{i,p}) = Y_{i,f(p)} \quad \text{für} \quad i = 1,2,$$

so gilt auch

$$T_p f([X_1, X_2]_p) = [Y_1, Y_2]_{f(p)}.$$

Aufgabe 3. Seien X, Y Vektorfelder und α eine 1-Form auf einer Mannigfaltigkeit M. Dann gilt

$$d\alpha(X,Y) = X(\alpha(Y)) - Y(\alpha(X)) - \alpha([X,Y]).$$

(**Hinweis:** Es genügt zu zeigen, daß die rechte Seite $C^\infty(M)$-linear ist, und die Gleichung für Koordinatenvektorfelder zu verifizieren.)

Aufgabe 4.

(a) Beschreiben Sie eine 1-dimensionale Blätterung des 2-Torus $\mathrm{S}^1 \times \mathrm{S}^1$, die sowohl kompakte als auch nicht-kompakte Blätter besitzt.

(b) Beschreiben Sie eine 2-dimensionale Blätterung der 3-Sphäre S^3, die genau ein kompaktes Blatt besitzt.

Abgabe: Mittwoch 25.10.06 in der Vorlesung.