WS 2006/2007 Prof. Hansjörg Geiges

Kontaktgeometrie

Übungsblatt 6

Aufgabe 1. Geben Sie einen alternativen Beweis des Satzes über die C^0-Approximation von Knoten $\mathrm{S}^1 \longrightarrow (M^3, \xi)$ durch Legendre-Knoten mittels der Lagrange-Projektion.

Aufgabe 2. Die Thurston-Bennequin-Invariante eines Legendre-Knotens in $(\mathbb{R}^3, \xi_{st})$ ist gleich der Windungszahl seiner Lagrange-Projektion.

Aufgabe 3. Betrachten Sie die folgende eingebettete Kurve γ in $(\mathbb{R}^3, \xi_{st})$, die gegeben ist durch

$$\theta \longmapsto \left(r \cdot \cos(\theta), r \cdot \sin(2\theta), \frac{2}{3} r^2 \sin(\theta)\cos(2\theta) - \frac{4}{3} r^2 \cos(\theta)\sin(2\theta) \right),$$

wobei $r \in \mathbb{R}^+$.

(a) Zeigen Sie, daß γ eine Legendre-Kurve ist, und berechnen Sie die Thurston-Bennequin-Invariante von γ vermittels der Definition, d.h. ohne Zugriff auf Informationen der Projektionen von γ.

(b) Visualisieren Sie die Front-Projektion γ_F und die Lagrange-Projektion γ_L.

(c) Verifizieren Sie ihr Ergebnis aus (a) indem Sie die Thurston-Bennequin-Invariante vermöge der Projektionen γ_F und γ_L berechnen.

Aufgabe 4. Seien $n \in \mathbb{N}$ und $r \in \mathbb{R}$ gegeben, und es bezeichne γ_n die Kurve in $\mathbb{R}^2 \times \{0\} \subset (\mathbb{R}^3, \xi_{st})$, die gegeben ist durch

$$\theta \longmapsto (r \cdot \cos(\theta), r \cdot \sin(n\theta)).$$

(a) Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist γ_n die Lagrange-Projektion eines in $(\mathbb{R}^3, \xi_{st})$ Legendre-eingebetteten Knotens?

(b) Bestimmen Sie eine explizite Darstellung der zugehörigen Legendre-Knoten.

Abgabe: Mittwoch, 29.11.06, in der Vorlesung.