WS 2006/2007 Prof. Hansjörg Geiges

Kontaktgeometrie

Übungsblatt 9

Aufgabe 1. Zu jedem Legendre-Knoten in einer 3-dimensionalen Kontaktmannigfaltigkeit gibt es eine abgeschlossene Tubenumgebung, deren Rand eine konvexe Fläche (im Sinne der Kontaktgeometrie) ist.

Aufgabe 2. Betrachten Sie die Kontaktstruktur $\xi = \ker(dz + r^2 d\varphi)$ auf $\mathbb{R}^3$. Welche der folgenden Flächen ist konvex?

(a) Der Torus $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ in $\mathbb{R}^3/\mathbb{Z}$, wobei die $\mathbb{Z}$-Wirkung von der Translation $(x, y, z) \longmapsto (x, y, z + 1)$ erzeugt wird, mit der induzierten Kontaktstruktur.

(b) Die Sphäre $S^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ in $\mathbb{R}^3$.

Aufgabe 3. Sei $(M, \xi = \ker \alpha)$ eine 3-dimensionale Kontaktmannigfaltigkeit und $S \subset M$ eine eingebettete Fläche, so daß die charakteristische Blätterung S_ξ eine Flußlinie von einem negativen zu einem positiven singulären Punkt besitzt (S ist orientiert durch eine Flächenform Ω, und S_ξ durch das Vektorfeld X mit $\iota_X \Omega = \alpha|_{TS}$). Kann S konvex sein?

Aufgabe 4. Seien K_1 und K_2 topologisch isotope Legendre-Knoten in $(\mathbb{R}^3, \xi_{st})$. Zeigen Sie, daß es Zahlen $k, l, m, n \in \mathbb{N}_0$ gibt, s.d. $S_+^k(S_-^l(K_1))$ Legendre-isotop ist zu $S_+^m(S_-^n(K_2))$. Hier bezeichnen S_+ und S_- die Stabilisierungen aus Aufgabe 2 des 7. Übungsblattes.

Abgabe: Mittwoch, 20.12.06, in der Vorlesung.