WS 2006/2007 Prof. Hansjörg Geiges

# Kontaktgeometrie

Übungsblatt 11

Im folgenden bezeichnet $(M, \xi)$ eine geschlossene, $(2n+1)$-dimensionale Mannigfaltigkeit mit einer koorientierbaren Kontaktstruktur $\xi$, und $(W, \omega)$ eine kompakte, $(2n+2)$-dimensionale, symplektische Mannigfaltigkeit.

**Aufgabe 1.** $W$ heißt **schwache Füllung** von $(M, \xi)$, falls $\partial W = M$ und $\omega|_\xi$ nicht-ausgeartet ist. $W$ heißt **starke Füllung** von $(M, \xi)$, wenn $\partial W = M$ und es ein am Rand $\partial W$ nach außen zeigendes, in einer Umgebung des Randes definiertes Liouville-Vektorfeld $Y$ gibt, so daß $\xi = \ker(\iota_Y \omega|_{TM})$ (als koorientierte Kontaktstruktur). Im letzteren Fall nennt man $(M, \xi)$ auch den **konvexen Rand** von $(W, \omega)$. Zeigen Sie, daß aus starker Füllbarkeit die schwache Füllbarkeit folgt.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, daß die konforme Klasse der symplektischen Bündelstruktur $d\alpha|_\xi$ unabhängig von der Kontaktform und der Koorientierung ist. Man sagt $(W, \omega)$ **dominiert** $(M, \xi)$, sofern $\partial W = M$ und $\omega|_\xi$ in der konformen Klasse von $d\alpha|_\xi$ ist.

**Aufgabe 3.**

(a) Ist $(M, \xi)$ stark füllbar, so existiert eine $(M, \xi)$ dominierende Mannigfaltigkeit $(W, \omega)$.

(b) Falls $n = 1$, so ist die Implikation umkehrbar.

**Aufgabe 4.**

(a) Falls $n = 1$, so ist $(M, \xi)$ genau dann schwach füllbar, wenn sie von einer kompakten, symplektischen Mannigfaltigkeit dominiert wird.

(b) Falls $n > 1$, so folgt aus Dominiertheit die schwache Füllbarkeit.

Abgabe: Mittwoch, 17.01.07, in der Vorlesung.