WS 2006/2007 Prof. Hansjörg Geiges

Kontaktgeometrie

Übungsblatt 12

Aufgabe 1. Sei ω die symplektische Standardstruktur auf $\mathbb{R}^2$. Der Einheitskreis $S^1 \subset \mathbb{R}^2$ ist gleichzeitig ω-konvex und ω-konkav.

Aufgabe 2. Seien $j_0\colon M_0 \longrightarrow W$ und $j_1\colon M_1 \longrightarrow W$ Einbettungen von Hyperflächen in eine symplektische Mannigfaltigkeit (W,ω). Des weiteren seien M_0 bzw. M_1 transversal zu Liouville Vektorfeldern Y_0 bzw. Y_1, die in einer Umgebung von M_0 bzw. M_1 definiert sind. Es bezeichnen α_0 bzw. α_1 die auf M_0 bzw. M_1 induzierten Kontaktformen. Falls es einen strikten Kontaktomorphismus $\phi\colon (M,\alpha_0) \longrightarrow (M,\alpha_1)$ gibt, so erweitert dieser zu einem Symplektomorphismus geeigneter Umgebungen von M_0 bzw. M_1.

Aufgabe 3. Seien (M,ξ) und (M',ξ') geschlossene Kontaktmannigfaltigkeiten der Dimension $2n-1$ mit koorientierten Kontaktstrukturen, die eine Orientierung der Mannigfaltigkeiten induzieren. Ein **symplektischer Kobordismus** zwischen (M,ξ) und (M',ξ') ist eine $2n$-dimensionale, symplektische Mannigfaltigkeit (W,ω), orientiert über die Volumenform ω^n, so daß die folgenden Bedingungen erfüllt sind.

- W berandet die Mannigfaltigkeit $M' \sqcup \overline{M}$ als orientierte Mannigfaltigkeit, wobei $\overline{M}$ die Mannigfaltigkeit umgekehrter Orientierung bezeichnet.
- In einer Umgebung von ∂W existiert ein zum Rand ∂W transversales, entlang M' nach außen zeigendes, entlang M nach innen zeigendes Liouville Vektorfeld Y für ω.
- Die 1-Form $\alpha = \iota_Y\omega$ induziert Kontaktformen für ξ bzw. ξ' auf M bzw. M'.

Zeigen Sie, daß symplektische Kobordanz eine transitive Relation ist.

Abgabe: Mittwoch, 24.01.07, in der Vorlesung.