Prof. Hansjörg Geiges
Dr. Kai Zehmisch

Topologie

Übungsblatt 7

Aufgabe 1.

(a) Jede simpliziale Abbildung $|K| \to |L|$ induziert eine simpliziale Abbildung $|K^\ell| \to |L^\ell|$ für jedes $\ell \in \mathbb{N}$.

(b) Sei $s\colon |K^k| \to |L|$ eine simpliziale Approximation von $f\colon |K^k| \to |L|$ und sei $t\colon |L^\ell| \to |M|$ eine simpliziale Approximation von $g\colon |L^\ell| \to |M|$. Nach (a) können wir s auch auffassen als simpliziale Abbildung $|K^{k+\ell}| \to |L^\ell|$. Ist $t \circ s\colon |K^{k+\ell}| \to |M|$ im allgemeinen eine simpliziale Approximation von $g \circ f\colon |K^{k+\ell}| \to |M|$?

Aufgabe 2. Ist $f\colon |K| \to |K|$ eine simpliziale Abbildung, dann ist die Fixpunktmenge von f von der Form $|L|$ mit L ein Unterkomplex von K^1, aber nicht notwendig von K selbst.

Aufgabe 3. Berechne die Fundamentalgruppe von $\mathbb{R}P^2$ als $G(K, L)$ wie in Abschnitt 5.2 der Vorlesung, mit der in der Vorlesung beschriebenen Triangulierung $|K| \to \mathbb{R}P^2$ und einem Unterkomplex L von K, der alle Ecken von K enthält, und so daß $|L|$ einfach zusammenhängend ist.

Aufgabe 4. Berechne die Fundamentalgruppe der Kleinschen Flasche mittels der beiden folgenden Methoden, und vergleiche die Ergebnisse.

(a) Beschreiben Sie die Wirkung einer geeigneten Gruppe G (mit zwei Erzeugern) auf der Ebene $\mathbb{R}^2$, so daß der Orbitraum $\mathbb{R}^2/G$ homöomorph zur Kleinschen Flasche ist.

(b) Beschreiben Sie die Kleinsche Flasche als Polyeder $|K|$ und berechnen Sie die Fundamentalgruppe als $G(K, L)$ (vgl. Aufgabe 3).

Trägt die Kleinsche Flasche die Struktur einer topologischen Gruppe?

Abgabe: Montag 30.11.09

Bis spätestens 13:45 Uhr in den Briefkasten im Keller des MI