WS 2013/2014 Prof. Hansjörg Geiges
Dipl.-Math. Christian Evers

Differentialtopologie I

Übungsblatt 13

Aufgabe 1. (a) Geben Sie ein Beispiel einer kompakten Mannigfaltigkeit M und einer injektiven Immersion $\mathbb{R} \to M$, deren Bild nicht Flußlinie eines dynamischen Systems auf M sein kann.

(b) Zeigen Sie, daß jede zu S^1 diffeomorphe Untermannigfaltigkeit von M Flußlinie eines geeigneten dynamischen Systems ist.

Aufgabe 2. (a) Beschreiben Sie explizit einen Fluß auf S^2 mit genau zwei Fixpunkten und genau einer geschlossenen (d.h. periodischen) Flußlinie.

(b) Beschreiben Sie einen Fluß auf $\mathbb{RP}^2$ mit genau einem Fixpunkt und sonst nur geschlossenen Flußlinien.

Aufgabe 3. Für jedes $\lambda \in [0,1]$ sei ein Fluß

$$\Phi^{(\lambda)}\colon S^1 \times \mathbb{R} \longrightarrow S^1$$

gegeben mit der Eigenschaft, daß die Abbildung

$$\begin{array}{ccccccc} [0,1] & \times & S^1 & \times & \mathbb{R} & \longrightarrow & S^1 \\ (\lambda & , & \theta & , & t) & \longmapsto & \Phi^{(\lambda)}(\theta,t) \end{array}$$

differenzierbar ist und $\Phi^{(1)}$ der rückwärts durchlaufende Fluß $\Phi^{(0)}$ ist, d.h. $\Phi^{(1)}(\theta,t) = \Phi^{(0)}(\theta,-t)$. Zeigen Sie, daß dann jedes $\theta \in S^1$ für ein geeignetes $\lambda \in [0,1]$ Fixpunkt von $\Phi^{(\lambda)}$ ist.

Aufgabe 4. (a) Zeigen Sie, daß jedes Vektorfeld auf einer Mannigfaltigkeit, das außerhalb einer kompakten Teilmenge verschwindet, einen globalen Fluß erzeugt.

(b) Geben Sie ein Beispiel eines Vektorfeldes auf $\mathbb{R}$ an, das keinen globalen Fluß erzeugt.

Abgabe: Mittwoch 29.1.14 in der Vorlesung.