WS 2023/24

Prof. Hansjörg Geiges
Dr. Tilman Becker

Lineare Algebra I

Übungsblatt 14

Präsenzaufgabe 1. In Abschnitt 7.6 hatten wir gesehen, daß Isometrien eines euklidischen Vektorraumes den orthogonalen Matrizen entsprechen. Diese Beziehung wollen wir hier noch einmal genauer fassen, in Analogie mit dem Satz 9.2 über die Beziehung zwischen selbstadjungierten Abbildungen und symmetrischen Matrizen.

Sei also $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ die Matrixdarstellung eines Endomorphismus $f\colon V \to V$ eines euklidischen Vektorraumes V bezüglich einer Orthonormalbasis von V. Zeigen Sie: Der Endomorphismus f ist eine Isometrie genau dann, wenn A eine orthogonale Matrix ist.

Präsenzaufgabe 2. Es seien $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symmetrische Matrizen, die kommutieren: $AB = BA$. Zeigen Sie, daß man A und B simultan diagonalisieren kann, d.h. es existiert eine Transformationsmatrix $T \in \mathrm{O}(n)$, so daß TAT^{-1} und TBT^{-1} Diagonalmatrizen sind.