Prof. Dr. P. Littelmann
Dr. G. Fourier

Blatt 3
Abgabe: 12.05. in den Übungen

Übungen zur Mathematik für Physiker 2

Aufgabe 1 (**5 Punkte**) Bestimmen Sie die Extremwerte der Funktion $f(x,y) = x^2 + y^2$ auf der Menge

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ |x| \leq 2, |y| \leq 2, (x-1)^3 - y^2 = 0\}.$$

Aufgabe 2 (**5 Punkte**) Im $\mathbb{R}^n$ seien k Punkte $a_1, \ldots, a_k$ gegeben. Zeigen Sie, dass die Summe der Abstandsquadrate

$$f(x) = \sum_{j=1}^{k} ||x - a_j||^2$$

ein Minimum im Schwerpunkt $x_0 = \frac{1}{k} \sum\limits_{j=1}^{k} a_j$ des Punktesystems hat.

Aufgabe 3 (**5 Punkte**)

1. Zeigen Sie durch Betrachtung des charakteristischen Polynoms, dass eine reelle symmetrische 2×2 Matrix nur reelle Eigenwerte hat.

2. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenräume der folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \ , \ B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4 (**5 Punkte**) Zeigen Sie (ohne Berechnung einer Determinante!), dass die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 6 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 6 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 6 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 6 & 1 & -1 \\ 1 & 6 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

das charakteristische Polynom $\chi_A(t) = t(t-7)^6$ hat.