

Übungen zur Mathematik für Physiker 2

Aufgabe 1 (5 Punkte) Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit Einträgen $(a_{i,j})_{i,j=1,\dots,n}$. Zeigen Sie, dass durch

$$\|A\| := \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{i,j}|^2}$$

eine Norm auf $\mathbb{R}^{n \times n}$ definiert wird.

Aufgabe 2 (5 Punkte) Lösen Sie folgende lineare Differentialgleichungen:

1. $y' + y = e^{-x}$
2. $y' = xy$
3. $y' + x^2y = x^2$

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen:

1. $y'' + 7y' + 12y = 0$
2. $y'' + 4y' + 4y = 0$

Aufgabe 4 (5 Punkte) Das Exponential einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist definiert als

$$e^A := \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} A^i.$$

Seien $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $AB = BA$. Zeigen Sie

$$e^{A+B} = e^A e^B.$$