8. Übungsblatt zur VL „Wahrscheinlichkeitstheorie“

Abgabe: 14.06.2010, 09.45 - 10.00 Uhr, vor dem Hörsaal des MI

Aufgabe 28 (mündlich) [Zufallsvariable]

Zwei reelle Zufallsvariablen X und Y auf einem gemeinsamen W-Raum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ heißen *stochastisch äquivalent*, falls $P(X = Y) = 1$. Zeigen Sie, dass zwei stochastisch äquivalente Zufallsvariablen dieselbe Verteilung besitzen.

Aufgabe 29 (4 Punkte) [Laplace-Modell]

Bei Ausbruch eines Feuers, verlassen n Tennisspieler fluchtartig ihren Tennisclub. In der allgemeinen Panik schnappt sich jeder irgendeinen der n Tennisschläger. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass kein Tennisspieler seinen eigenen Schläger erwischt.

Hinweis: Beachten Sie Bemerkung 1.11 (Formel von Poincaré-Sylvester).

Aufgabe 30 (3 Punkte) [Δ-Monotonie]

a) Seien $F_i : \mathbb{R} \to [0,1]$, $i = 1, 2$, zwei Verteilungsfunktionen. Zeigen Sie, dass die Funktion $F : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to [0,1]$ mit $F(x,y) := F_1(x)F_2(y)$ wieder eine Verteilungsfunktion definiert.

b) Bestimmen Sie für ein $k \in \mathbb{N}$ eine Funktion $F : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$, die komponentenweise monoton (wachsend), aber nicht Δ-monoton ist.

Aufgabe 31 (5 Punkte) [Verteilungsfunktion]

Sei F die Verteilungsfunktion einer reellen Zufallsvariablen. Betrachten Sie die verallgemeinerte Inverse $F^{-1}(p) := \inf\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, F(x) \geq p\right\}$, $p \in (0,1)$, und zeigen Sie:

a) F^{-1} ist monoton wachsend auf $(0,1)$.

b) Für $p \in (0,1)$ gilt: $F\left(F^{-1}(p)\right) \geq p$.

c) Für $x \in \mathbb{R}$, $p \in (0,1)$, gilt: $F(x) \geq p \iff x \geq F^{-1}(p)$.

d) Für $p \in (0,1)$ gilt: $F\left(F^{-1}(p)\right) = p \iff p \in F(\mathbb{R}) \left(= \{F(x) | x \in \mathbb{R}\}\right)$.

e) F^{-1} ist linksstetig auf $(0,1)$.

Am 18.06.2010 veranstaltet die Fachschaft wieder ein großes Sommerfest! Auf dem Parkplatz des Mathematischen Instituts gibt es ab 18 Uhr eine tolle Hüpfburg, Kölsch, andere Getränke und Musik. Ihr seid herzlich eingeladen, wir freuen uns auf Euch!

Bereits um 17.00 Uhr hält Prof. Dombrowski im Hörsaal einen öffentlichen Vortrag zum Thema „Orientierte, geschlossene Polyederflächen: Eulers Polyedersatz und ein Gauss-Bonnet-Satz für diese Flächen mit (kombinatorischen) Konsequenzen“.

Alle Studierenden sind herzlich eingeladen.