Prof. Dr. Josef G. Steinebach SS 2012

9. Übungsblatt zur Vorlesung „Stochastische Prozesse“

Abgabe: Montag, 11.06.2012, 9.50 Uhr, in Seminarraum 2

Aufgabe 9.1 (mündlich) [diskontierter Wert]
Erläutern Sie, inwieweit der diskontierte Wert eines Portfolios als der tatsächliche Wert zu interpretieren ist, und erklären Sie hiermit die Auswirkungen von Leitzinsänderungen.

Aufgabe 9.2 (4 Punkte) [Call-Optionen]
In Aufgabe 8.5 wurde gezeigt, dass eine amerikanische Call-Option niemals weniger wert ist als die entsprechende europäische Call-Option. Zeigen Sie nun, dass eine amerikanische Call-Option für Aktien ohne Dividendenzahlung auch nicht mehr wert ist, dass es sich also nicht lohnt, sie vor dem Verfallstermin auszuüben.

Aufgabe 9.3 (4 Punkte) [Vorhersagbarkeit, Martingaldifferenzen]
Sei $\{M_n\}_{n\geq 0}$ ein Martingal bzgl. $\{\mathcal{A}_n\}_{n\geq 0}$ und $\{H_n\}_{n\geq 0}$ eine Folge vorhersagbarer Zufallsvariablen bezüglich derselben Filtration. Zeigen Sie, dass die Folge $\{X_n\}_{n\geq 0}$, gegeben durch

$$X_n = H_0 M_0 + \sum_{i=1}^{n} H_i (M_i - M_{i-1}), \quad n \geq 0,$$

mit $X_0 = H_0 M_0$ und $E|H_i M_{i-1}| < \infty$, $E|H_i M_i| < \infty$ für $i \geq 0$, ebenfalls ein Martingal bezüglich $\{\mathcal{A}_n\}_{n\geq 0}$ ist.

Aufgabe 9.4 (4 Punkte) [Einperiodenmodell, Hedging]
Es werde angenommen, der Kurs der Aktie $S_{1,0}$ und $S_{1,1}$ folge dem Cox-Ross-Rubinstein-Modell, und es gelte (mit den Bezeichungen aus Beispiel 10.1) $a < r < b$. Desweiteren seien C_0 und C_1 die Preise einer europäischen Call-Option auf diese Aktie. Wie hoch muss der Ausgabepreis C_0 sein, um mit einer zulässigen Handelsstrategie ein perfektes Hedging für C_1 zu ermöglichen?