

**1. Übungsblatt zur VL „Einführung in die Stochastik“**

Abgabe: 19.10.2009, 09.45 - 10.00 Uhr, vor dem Hörsaal des MI

**Aufgabe 1** (mündlich) [Laplace-Experiment]

Beim Werfen von 3 Würfeln bemerkt man, dass die Augensumme 11 häufiger als die Augensumme 12 auftritt, obwohl doch 11 durch die Kombinationen

$$(641); (632); (551); (533); (542); (443)$$

und 12 durch ebensoviele Kombinationen (welche?) erzeugt wird. Ist diese Beobachtung „vom Zufall bedingt“ oder steckt in der Argumentation ein Fehler? Beantworten Sie diese Frage, indem Sie das Zufallsexperiment modellieren und geben Sie hierbei den zugehörigen Wahrscheinlichkeitsraum an.

**Aufgabe 2** (mündlich) [ $\sigma$ -Algebren]

Sei  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  ein Wahrscheinlichkeitsraum.

a) Handelt es sich bei den Mengensystemen

$$\{A \subseteq \Omega : A \text{ oder } A^c \text{ ist abzählbar}\} \quad \text{und} \quad \{A \subseteq \Omega : A \text{ oder } A^c \text{ ist endlich}\}$$

stets um eine  $\sigma$ -Algebra in  $\Omega$  ?

b) Für  $B \subset \Omega$  ist die „Spur- $\sigma$ -Algebra“  $\{B \cap A : A \in \mathcal{A}\}$  eine  $\sigma$ -Algebra in  $B$ .

**Aufgabe 3** (4 Punkte) [Maßeigenschaften]

Sei  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  ein Wahrscheinlichkeitsraum. Beweisen Sie die Ungleichung

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) \leq \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \quad (\text{„Sigma-Subadditivität“}).$$

**Aufgabe 4** (4 Punkte) [Laplace-Experiment, Kombinatorik]

Auf einem  $8 \times 8$  Schachbrett werden zufällig  $m$  Türme aufgestellt ( $m \leq 64$ ). Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an und berechnen Sie in Abhängigkeit von  $m$  die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

(a) A: „Kein Turm kann einen anderen Turm schlagen“;

(b) B: „Alle Türme stehen in einer Reihe oder Spalte“.

**Hinweis:** Türme können sich schlagen, wenn sie in der gleichen Reihe bzw. Spalte stehen.