Prof. Dr. J. Steinebach Wintersemester 2009/10

Präsenzübung zur VL „Einführung in die Stochastik“

27.01.2010, 09.00 - 10.00 Uhr, Hörsaal des MI

Aufgabe 53 (mündlich)

a) Zwei Tennisspieler treffen in einem Tunier aufeinander. Es wird auf drei Gewinnsätze gespielt, d.h., es gewinnt der Spieler, der als erster drei Sätze gewonnen hat. Die Wahrscheinlichkeit, einen Satz zu gewinnen, sei für den ersten Spieler p und für den zweiten Spieler $q = 1 - p$. Wie wahrscheinlich ist es, dass das Spiel länger als 3 Sätze dauert?

b) Zwei Spieler ziehen abwechselnd eine Kugel aus einer Urne, in der sich eine schwarze und neun weiße Kugeln befinden. Nach jeder Ziehung wird die Kugel wieder zurückgelegt. Der Spieler, der als erster die schwarze Kugel zieht, hat gewonnen. Wie groß ist die Gewinnwahrscheinlichkeit für den beginnenden Spieler?

Aufgabe 54 (mündlich) Sei X eine π_λ-verteilte Zufallsvariable, $\lambda > 0$. Bestimmen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen

$$Y = \frac{1}{1+X} \qquad \text{und} \qquad Z = \frac{X}{1+X}\,.$$

Aufgabe 55 (mündlich) Eine Zufallsvariable X sei $\mathbb{N}_0$-wertig mit

$$P(X = n) = \frac{2}{3^{n+1}}, \quad n = 1, 2, \ldots\,.$$

Bestimmen Sie $P(X = 0)$ sowie die erzeugende Funktion $G_X = G_X(s)$ für $|s| < s_0$ mit maximalem $s_0 > 0$ und berechnen Sie, falls existent, Erwartungswert und Varianz von X.

Aufgabe 56 (mündlich) Sei $X = (X_1, \ldots, X_n)$ ein Vektor von unabhängigen, identisch verteilten Zufallsvariablen mit gemeinsamer Dichte $f_\alpha(x) = \prod_{i=1}^{n} g_\alpha(x_i)$, $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, wobei $g_\alpha(y) = \frac{\alpha}{y^{\alpha+1}}\, I_{(1,\infty)}(y)$ $(\alpha > 0)$ die Randdichte der X_i, $i = 1, \ldots, n$, beschreibt. Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}(x)$ für α bei beobachtetem $x = (x_1, \ldots, x_n)$ mit $\min\limits_{i=1,\ldots,n} x_i > 1$.