2. Übungsblatt zur Vorlesung „Einführung in die Stochastik“

Abgabe: Freitag, 26.10.2012, 07:45 Uhr, vor Hörsaal C

Aufgabe 2.1 (mündlich) [Urnenmodelle]
Einem gut gemischten Kartenspiel („Skatblatt“) werden 5 Karten entnommen. Bestimmen Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum sowie die Wahrscheinlichkeiten für das Ziehen eines

a) Full House (1 Drilling + 1 Paar);

b) Straight Flush (5 in ihrer Wertigkeit aufsteigende, aufeinanderfolgende Karten gleicher Farbe);

c) Royal Flush (Straight Flush mit einem Ass als höchster Karte).

Hinweis: Ein Skatblatt besteht aus je 8 Karten (7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, Ass) von 4 verschiedenen „Farben“ (Kreuz, Pik, Herz, Karo).

Aufgabe 2.2 (3 Punkte) [Urnenmodelle]
Zwei Tennisspieler treffen in einem Turnier aufeinander. Es wird auf drei Gewinnsätze gespielt. Die Wahrscheinlichkeit, einen Satz zu gewinnen, betrage für den ersten Spieler $p = 0.6$ und für den zweiten Spieler $q = 0.4$. Bestimmen Sie ein geeignetes Wahrscheinlichkeitsmodell und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel mehr als drei Sätze dauert?

Aufgabe 2.3 (2+2+2 Punkte) [Urnenmodelle]
Ein gut gemischtes Skatblatt wird an drei Spieler verteilt, wobei zwei Karten „in den Skat“ gelegt werden. Geben Sie einen passenden Wahrscheinlichkeitsraum an und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

a) ein beliebiger Spieler alle Buben erhält;

b) ein bestimmter Spieler keinen Buben erhält;

c) genau k Buben im Skat liegen $(k = 0, 1, 2)$?

Aufgabe 2.4 (1.5 + 1.5 Punkte) [Urnenmodelle]
Ein Student kommt in (leicht) angetrunkenem Zustand nach Hause. Er hat N ähnliche Schlüssel in seiner Tasche und versucht, die Haustür folgendermaßen zu öffnen: Er wählt zufällig einen Schlüssel aus. Falls dieser nicht passt, legt er ihn zu den anderen zurück und wählt wiederum einen Schlüssel aus (wir nehmen an, dass ein solcher Versuch zwei Minuten dauert). Dieses Verfahren wiederholt er so lange, bis der entsprechende Schlüssel passt.

Konstruieren Sie ein geeignetes Wahrscheinlichkeitsmodell zur Beschreibung dieses „Zufallsexperiments“ und bestimmen Sie

a) die Wahrscheinlichkeit, dass der Student höchstens M Versuche benötigt, um die Tür zu öffnen;

b) die Zeit, nach der er im Fall $N = 10$ die Tür mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0.99 geöffnet hat.