

3. Übungsblatt zur Vorlesung „Einführung in die Stochastik“

Abgabe: Freitag, 02.11.2012, 07:45 Uhr, vor Hörsaal C

Aufgabe 3.1 (mündlich) [Verteilungsfunktionen]

Seien F und G Verteilungsfunktionen auf $\mathbb{R}$. Untersuchen Sie, ob folgende Funktionen Verteilungsfunktionen sind:

$$\frac{1}{2}(F + G), F \circ G, F \cdot G, F^G.$$

Aufgabe 3.2 (1.5 + 1.5 Punkte) [Verteilungen]

Sei X eine reelle Zufallsvariable mit streng monotoner und stetiger Verteilungsfunktion F . Bestimmen Sie die Verteilungen von

- a) $Y = F(X)$;
- b) $Z = \log Y$.

Aufgabe 3.3 (2+2+2 Punkte) [Pareto-Verteilung]

Für $\alpha > 0$ sei X eine reelle Zufallsvariable mit Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^{-\alpha-1}, & x \geq 1; \\ 0, & x < 1. \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von X .
- b) Untersuchen Sie, für welche α der Erwartungswert von X existiert, und geben Sie diesen gegebenenfalls an.
- c) Untersuchen Sie, für welche α die Varianz von X existiert, und geben Sie diese gegebenenfalls an.

Aufgabe 3.4 (1.5 + 1.5 Punkte) [geometrische Verteilung]

Sei X eine geometrisch verteilte Zufallsvariable mit Parameter $p \in (0, 1)$, d.h.

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1}p, \quad k = 1, 2, \dots$$

Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X .