3. Übungsblatt zur Vorlesung „Einführung in die Stochastik“

Abgabe: Freitag, 02.11.2012, 07:45 Uhr, vor Hörsaal C

Aufgabe 3.1 (mündlich) [Verteilungsfunktionen]
Seien F und G Verteilungsfunktionen auf $\mathbb{R}$. Untersuchen Sie, ob folgende Funktionen Verteilungsfunktionen sind:

$$\frac{1}{2}(F+G),\ F\circ G,\ F\cdot G,\ F^G.$$

Aufgabe 3.2 (1.5 + 1.5 Punkte) [Verteilungen]
Sei X eine reelle Zufallsvariable mit streng monotoner und stetiger Verteilungsfunktion F. Bestimmen Sie die Verteilungen von

a) $Y = F(X)$;

b) $Z = \log Y$.

Aufgabe 3.3 (2+2+2 Punkte) [Pareto-Verteilung]
Für $\alpha > 0$ sei X eine reelle Zufallsvariable mit Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^{-\alpha-1}, & x \geq 1; \\ 0, & x < 1. \end{cases}$$

a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von X.

b) Untersuchen Sie, für welche α der Erwartungswert von X existiert, und geben Sie diesen gegebenenfalls an.

c) Untersuchen Sie, für welche α die Varianz von X existiert, und geben Sie diese gegegebenfalls an.

Aufgabe 3.4 (1.5 + 1.5 Punkte) [geometrische Verteilung]
Sei X eine geometrisch verteilte Zufallsvariable mit Parameter $p \in (0,1)$, d.h.

$$P(X = k) = (1-p)^{k-1}p, \quad k = 1, 2, \ldots.$$

Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X.