

7. Übungsblatt zur Vorlesung „Einführung in die Stochastik“

Abgabe: Donnerstag, 29.11.2012, bzw. Freitag, 30.11.2012, jeweils in Ihrer Übungsgruppe

Aufgabe 7.1 (mündlich) [Erwartungswert, Varianz]

Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz der in Aufgabe 6.3 angegebenen Zufallsvariable Y_n .

Aufgabe 7.2 (5 Punkte) [gemeinsame Verteilung]

Eine Fliege wird in wenigen Sekunden ihr Leben auf dem kreisförmigen Autoscheinwerfer K mit Radius r beenden. Vom Mittelpunkt des Scheinwerfers aus betrachtet besitze ihr Auftreffpunkt die kartesischen Koordinaten X und Y , wobei der Zufallsvektor (X, Y) als gleichverteilt auf K angenommen wird. Bestimmen Sie $\text{Cov}(X, Y)$, die Verteilung von $R := \sqrt{X^2 + Y^2}$, $E(R)$ und $\text{Var}(R)$.

Aufgabe 7.3 (4 Punkte) [erzeugende Funktion]

Sei $\Omega = \mathbb{N} \setminus \{1\}$, $P(\{n\}) = \frac{1}{n(n-1)}$ ($n = 2, 3, \dots$) und X eine Zufallsvariable mit $P_X = P$.

- Zeigen Sie, dass P eine Wahrscheinlichkeitsverteilung auf $\mathcal{P}(\Omega)$ definiert.
- Bestimmen Sie einen geschlossenen Ausdruck für die erzeugende Funktion.
- Existieren der Erwartungswert und die Varianz von X ?

Aufgabe 7.4 (3 Punkte) [Korrelation]

Seien X, Y unabhängige, $B(1, \frac{1}{2})$ -verteilte Zufallsvariablen. Zeigen Sie, dass $X + Y$ und $|X - Y|$ unkorreliert, aber nicht unabhängig sind.