Prof. Dr. Josef G. Steinebach WS 2012/13

7. Übungsblatt zur Vorlesung „Einführung in die Stochastik“

Abgabe: Donnerstag, 29.11.2012, bzw. Freitag, 30.11.2012, jeweils in Ihrer Übungsgruppe

Aufgabe 7.1 (mündlich) [Erwartungswert, Varianz]
Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz der in Aufgabe 6.3 angegebenen Zufallsvariable Y_n.

Aufgabe 7.2 (5 Punkte) [gemeinsame Verteilung]
Eine Fliege wird in wenigen Sekunden ihr Leben auf dem kreisförmigen Autoscheinwerfer K mit Radius r beenden. Vom Mittelpunkt des Scheinwerfers aus betrachtet besitze ihr Auftreffpunkt die kartesischen Koordinaten X und Y, wobei der Zufallsvektor (X,Y) als gleichverteilt auf K angenommen wird. Bestimmen Sie $\mathit{Cov}\,(X,Y)$, die Verteilung von $R := \sqrt{X^2+Y^2}$, $E(R)$ und $\mathit{Var}\,(R)$.

Aufgabe 7.3 (4 Punkte) [erzeugende Funktion]
Sei $\Omega = \mathbb{N}\backslash\{1\}$, $P(\{n\}) = \frac{1}{n(n-1)}$ $(n = 2,3,\dots)$ und X eine Zufallsvariable mit $P_X = P$.

a) Zeigen Sie, dass P eine Wahrscheinlichkeitsverteilung auf $\mathcal{P}(\Omega)$ definiert.

b) Bestimmen Sie einen geschlossenen Ausdruck für die erzeugende Funktion.

c) Existieren der Erwartungswert und die Varianz von X ?

Aufgabe 7.4 (3 Punkte) [Korrelation]
Seien X, Y unabhängige, $B(1,\frac{1}{2})$-verteilte Zufallsvariablen. Zeigen Sie, dass $X+Y$ und $|X-Y|$ unkorreliert, aber nicht unabhängig sind.