1. Übungsblatt zur Vorlesung „Wahrscheinlichkeitstheorie“

Abgabe: Montag, den 21.10.2013, um 07:50 Uhr, vor dem Hörsaal E (Hörsaalgebäude)

Bemerkung. Wegen der großen Teilnehmerzahl sind Doppelabgaben (zwei Studierende je Blatt) zulässig und erwünscht.

Aufgabe 1.1 (mündlich) [Limes superior]

Bestimmen Sie eine Folge von Einpunktmengen $A_n = \{\ell_n\}$ mit $\ell_n \in \mathbb{N}$ für alle $n \in \mathbb{N}$, so dass gilt:
 $\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n = \mathbb{N}$.

Aufgabe 1.2 (2+2 Punkte) [σ -Algebra]

Sei $T : \Omega \rightarrow \Omega'$ eine beliebige Abbildung. Zeigen Sie:

- Ist $\mathcal{A}'$ eine σ -Algebra in Ω' , dann ist $T^{-1}(\mathcal{A}') := \{T^{-1}(A') : A' \in \mathcal{A}'\}$ eine σ -Algebra in Ω .
- Ist $\mathcal{A}$ eine σ -Algebra in Ω , so ist im Allgemeinen $T(\mathcal{A}) := \{T(A) : A \in \mathcal{A}\}$ keine σ -Algebra in Ω' .

Aufgabe 1.3 (4 Punkte) [Ring, Algebra]

Seien $\Omega \neq \emptyset$, $\mathcal{E}$ ein Ring in Ω und $\mathcal{R}_0 := \mathcal{E} \cup \{E^c : E \in \mathcal{E}\}$. Zeigen Sie, dass $\mathcal{R}_0$ die kleinste Algebra in Ω ist, die $\mathcal{E}$ umfasst, d.h., $\mathcal{R}_0 = \mathcal{R}_0(\mathcal{E})$.