

Übungen vor dem Abitur: Analytische Geometrie

1) (aus Erfolg im Mathe-Abi, Aufgabe 24)

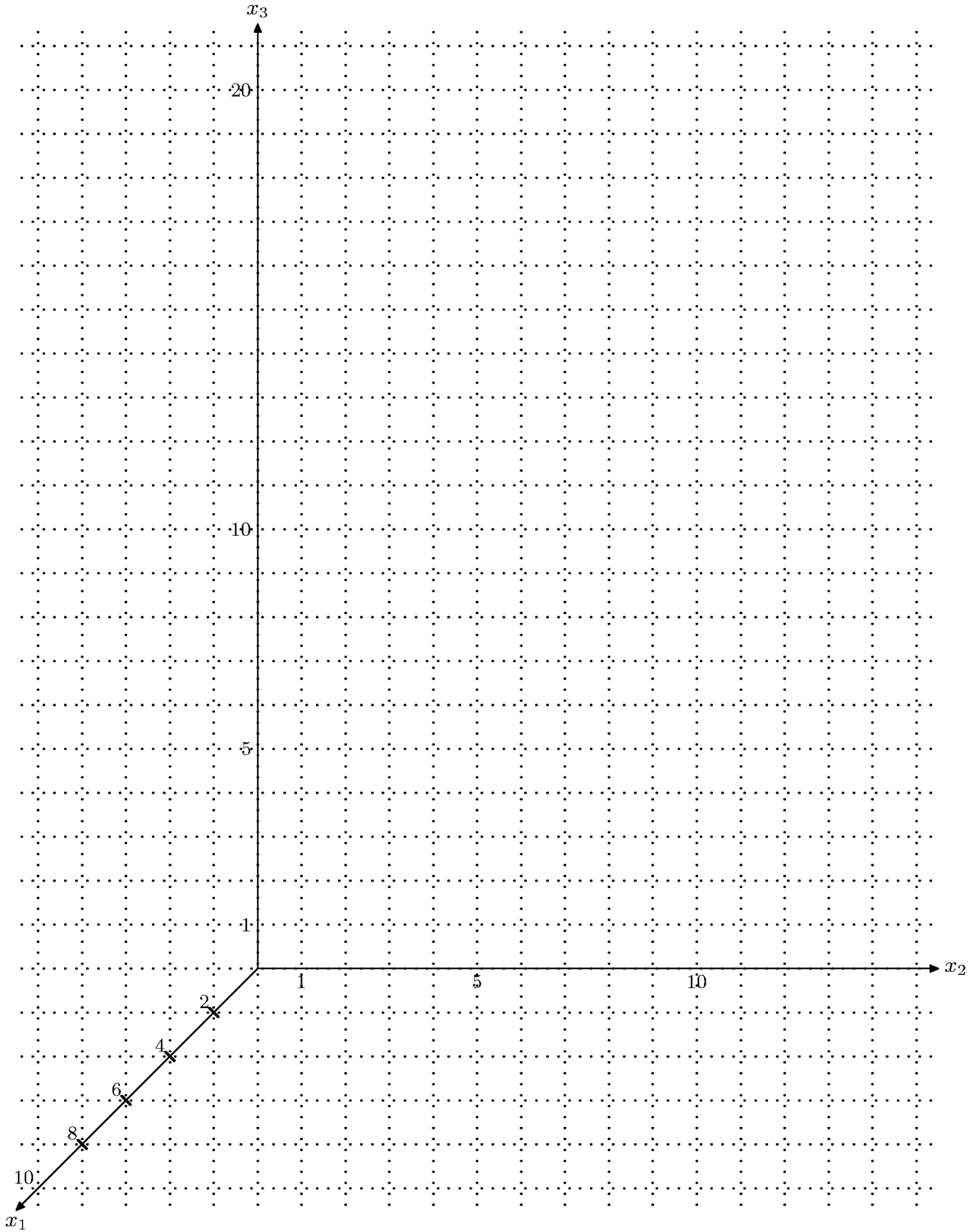
24 Pyramide

Tipps ab Seite 67, Lösungen ab Seite 171

Gegeben sind eine Pyramide ABCDS mit den Eckpunkten $A(0|0|0)$, $B(8|0|0)$, $C(8|8|0)$, $D(0|8|0)$ und $S(4|4|8)$ sowie für jedes $r \in \mathbb{R}$ eine Ebene $E_r: rx_1 + 3x_3 = 8r$.

- a) Stellen Sie die Pyramide in einem Koordinatensystem dar.
Die Ebene E_2 enthält die Pyramidenkante BC und schneidet die Kante DS in F und die Kante AS in G.
Geben Sie die Koordinaten der Punkte F und G an.
Zeichnen Sie das Viereck BCFG ein.
Zeigen Sie, dass dieses Viereck ein gleichschenkliges Trapez ist.
Wie groß sind die Innenwinkel dieses Trapezes?
- b) Bestimmen Sie r^* so, dass die Pyramidenspitze S von der Ebene E_{r^*} den Abstand 4 hat.
Geben Sie die Koordinaten desjenigen Punktes in dieser Ebene E_{r^*} an, der von S den Abstand 4 hat.
- c) Weisen Sie nach, dass die Gerade durch B und C in jeder Ebene E_r liegt.
Beim Schnitt der Ebene E_r mit der Pyramide entsteht eine Schnittfigur.
Welche Schnittfiguren sind möglich?
Geben Sie die jeweiligen Werte von r an.

Zeichenvorlage für Aufgabe 24: Pyramide



2) (aus Erfolg im Mathe-Abi, Aufgabe 25)

25 Kletterpyramide

Tipps ab Seite 68, Lösungen ab Seite 174

In einem Freizeitpark steht eine Kletteranlage in Form eines Pyramidenstumpfes mit vier unterschiedlichen Kletterwänden.

Der Pyramidenstumpf entsteht aus einer Pyramide, indem diese parallel zur Grundfläche durchgeschnitten und der obere Teil weggelassen wird.

Der Pyramidenstumpf hat als Grundfläche das Viereck ABCD mit

$A(0 | 0 | 0)$, $B(6 | 6 | 0)$, $C(0 | 18 | 0)$ und $D(-8 | 4 | 0)$

und als Deckfläche das Viereck $A^*B^*C^*D^*$ mit

$A^*(4 | 1 | 20)$, $B^*(7 | 4 | 20)$ und $C^*(4 | 10 | 20)$

(Koordinatenangaben in Meter).

a) Zeigen Sie, dass $S(8 | 2 | 40)$ die Spitze der ursprünglichen Pyramide ist.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D^* .

Zeichnen Sie den Pyramidenstumpf in ein Koordinatensystem ein.

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Wand ABB^*A^* .

Untersuchen Sie, ob die Wand ABB^*A^* nach außen überhängt.

c) Gegeben sind die Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \vec{v}$; $s, t \in \mathbb{R}$.

Geben Sie zu jeder der folgenden Lagebeziehungen von g und h jeweils einen möglichen Vektor \vec{v} an und begründen Sie ihre Antworten:

(1) g und h schneiden sich im Punkt $S(-4 | 0 | -1)$;

(2) g und h sind windschief;

(3) g und h schneiden sich orthogonal.

Zeichenvorlage für Aufgabe 25: Kletterpyramide

