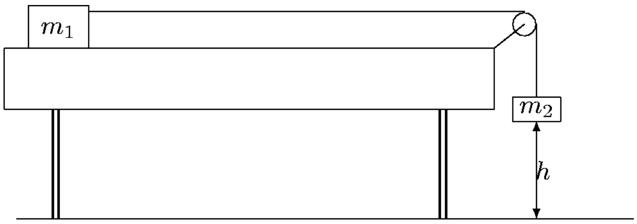
Studienkolleg an der RWTH Aachen

AT3 Physik (Kg) **2. Klausur** **25. Mai 2007**

Aufgabe 1:

Ein glatter Holzblock der Masse $m_1 = 2\,\mathrm{kg}$ liegt auf einem (langen) Experimentiertisch. Der Reibungskoeffizient beträgt $\mu = 0{,}15$. Ein an dem Wagen befestigter Faden wird über eine am Ende der Fahrbahn montierte Rolle geführt. (Das Gewicht des Fadens und die Reibung der Rolle sind zu vernachlässigen.) Am Ende des Fadens hängt eine Masse $m_2 = 0{,}5\,\mathrm{kg}$ in $h = 0{,}7\,\mathrm{m}$ Höhe über dem Boden. Zu Beginn befinden sich beide Massen in Ruhe.



a) Bestimmen Sie die Beschleunigung, die die Massen erfahren. Wann und mit welcher Geschwindigkeit schlägt m_2 auf dem Boden auf?
b) Welcher Art ist die Bewegung von m_1, *nachdem* m_2 auf dem Boden aufgeschlagen ist?
c) Wie groß ist der von m_1 insgesamt zurückgelegte Weg auf dem Experimentiertisch?

Aufgabe 2:

Ein Körper wird in $8\,\mathrm{m}$ Höhe mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ waagerecht abgeworfen. In $10\,\mathrm{m}$ Entfernung von der Abwurfstelle befindet sich eine $5\,\mathrm{m}$ hohe Mauer. (Skizze!)
a) In welcher Höhe, mit welcher Geschwindigkeit und unter welchem Winkel trifft der Körper auf die Mauer auf?
b) Wie groß muss die Abwurfgeschwindigkeit mindestens sein, damit der Körper über die Mauer fliegt? In welcher horizontalen Entfernung von der Abwurfstelle trifft er dann auf dem Boden auf?

– bitte wenden –

Aufgabe 3:

Ein luftgefüllter Plattenkondensator mit der Kapazität 50 pF und dem Plattenabstand 2 mm wird an einer Spannungsquelle von 1000 V aufgeladen und dann von ihr abgetrennt.

a) Welche Plattenfläche hat der Kondensator und welche Ladung trägt jede Platte?

b) Wie groß ist die Feldstärke zwischen den Platten und welche Energie ist im Kondensator gespeichert?

c) Es wird eine 2 mm dicke Glasplatte (Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_r = 2{,}5$) zwischen die Kondensatorplatten geschoben. Erläutern Sie die physikalischen Vorgänge im Innern der Glasplatte. Welche Spannung besteht nun zwischen den Kondensatorplatten? Welche Auswirkung hat die Glasplatte auf den Energieinhalt des Kondensators?

Aufgabe 4:

Zwei Punktladungen $Q_1 = +4\,\mathrm{nC}$ und $Q_2 = +9\,\mathrm{nC}$ haben den Abstand $d = 30\,\mathrm{cm}$.

a) Welche Kraft üben die beiden Ladungen aufeinander aus?

b) Welche Kräfte üben die beiden Ladungen auf eine negative Probeladung $q = 1\,\mathrm{pC}$ in der Mitte zwischen ihnen aus? Wie groß ist die resultierende Kraft? Welche Richtung hat sie?

c) Wie groß ist Feldstärke in der Mitte zwischen beiden Ladungen?

---

elektrische Feldkonstante: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{Vm}}$.

Viel Erfolg!

2. Klausur — Lösungen

1) a) Die beschleunigende Kraft ist die Gewichtskraft F_{2G} von m_2, verringert um die (entgegenwirkende) Reibungskraft $F_R = \mu F_N = \mu m_1 g$ von m_1, also

$$F = m_2 g - \mu m_1 g = (0{,}5 - 0{,}15 \cdot 2)\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 1{,}96\,\mathrm{N}\,.$$

Die beschleunigte Masse ist $m = m_1 + m_2 = 2{,}5\,\mathrm{kg}$, die Beschleunigung also

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1{,}96\,\mathrm{N}}{2{,}5\,\mathrm{kg}} = 0{,}78\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

Die gesuchte Zeit t ist die Zeit, in der das Gespann die Strecke $h = 0{,}7\,\mathrm{m}$ zurücklegt, also

$$h = \frac{1}{2}at^2 \iff t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}7\,\mathrm{m}}{0{,}78\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 1{,}34\,\mathrm{s}\,.$$

In diesem Moment haben beide Massen die Geschwindigkeit

$$v = at = 0{,}78\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}34\,\mathrm{s} = 1{,}05\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

b) Nachdem der Körper m_2 auf dem Boden aufgeschlagen ist, entfällt die beschleunigende Kraft F_{2G} und die Masse m_1 wird durch die Reibungskraft F_R abgebremst. Die Bremsverzögerung beträgt

$$a_2 = \frac{F_R}{m_1} = \frac{\mu m_1 g}{m_1} = \mu g = 0{,}15 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1{,}47\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

c) Der Bremsweg für die Masse m_1 beträgt dann

$$s = \frac{v^2}{2a_2} = \frac{(1{,}05\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})^2}{2 \cdot 1{,}47\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 0{,}37\,\mathrm{m}\,.$$

Die gesamte von m_1 zurückgelegte Wegstrecke ist also $s_{\text{gesamt}} = h + s = (0{,}7 + 0{,}37)\,\mathrm{m} = 1{,}07\,\mathrm{m}$.

2) a) Die horizontale Bewegung des Körpers ist gleichförmig mit der Geschwindigkeit v_0. Also erreicht der Körper die Mauer nach der Zeit t mit

$$l = v_0 \cdot t \iff t = \frac{l}{v_0} = \frac{10\,\mathrm{m}}{12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 0{,}83\,\mathrm{s}\,.$$

In dieser Zeit ist der Körper in vertikaler Richtung um die Strecke

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2} \cdot 0{,}83^2\,\mathrm{s}^2 = 3{,}41\,\mathrm{m}$$

gefallen. Der Körper befindet sich dann also in der Höhe $h - y = (8 - 3{,}41)\,\mathrm{m} = 4{,}59\,\mathrm{m}$ und trifft somit in dieser Höhe auf die 5 m hohe Mauer.
Zu diesem Zeitpunkt beträgt die vertikale Geschwindigkeit des Körper

$$v_y = gt = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}83\,\mathrm{s} = 8{,}17\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

Für die Aufprallgeschwindigkeit v gilt daher

$$v^2 = v_0^2 + v_y^2 \iff v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{12^2 + 8{,}17^2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 14{,}52\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

Die Richtung des Aufpralls ist die Richtung der Momentangeschwindigkeit $\vec{v}$ beim Aufprall; deren Winkel α mit der *vertikalen* Mauer ergibt sich aus

$$\tan\alpha = \frac{v_0}{v_y} \iff \alpha = \arctan\frac{12}{8{,}17} \approx 55{,}74^0\,.$$

b) Es sei t die Zeit, die der Körper benötigt, um den Höhenunterschied zwischen Abwurfhöhe und Oberkante Mauer zu durchfallen, also

$$h - h_1 = 3\,\mathrm{m} = \frac{1}{2}gt^2 \iff t = \sqrt{\frac{2 \cdot 3\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 0{,}78\,\mathrm{s}\,.$$

Zu diesem Zeitpunkt muss der Körper in horizontaler Richtung die Position der Mauer erreicht haben. Für die gesuchte neue Abwurfgeschwindigkeit v_1 muss also gelten:

$$v_1 = \frac{l}{t} = \frac{10\,\mathrm{m}}{0{,}78\,\mathrm{s}} = 12{,}79\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

Die Geschwindigkeit beim Abschuss muss also mindestens $v_1 = 12{,}79\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ betragen.
Für die Flugzeit t_2 bis zum Aufschlag auf dem Boden erhält man

$$h = \frac{1}{2}gt_2^2 \iff t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 1{,}28\,\mathrm{s}\,.$$

Bei der Abwurfgeschwindigkeit v_1 ergibt sich somit eine Wurfweite

$$w = v_1 t_2 = 12{,}79\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1{,}28\,\mathrm{s} = 16{,}33\,\mathrm{m}\,.$$

3) a) Aufgrund der Definition der Kapazität eines Kondensators erhält man

$$Q = CU = 50 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} \cdot 1000\,\mathrm{V} = 50 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C} = 50\,\mathrm{nC}\,.$$

Aufgrund der elektrischen Feldgleichung für Vakuum (bzw. Luft) ergibt sich

$$C = \varepsilon_0\frac{A}{d} \iff A = \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{50 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{Vm}}} = 11{,}3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2 = 113\,\mathrm{cm}^2\,.$$

b) Für die Feldstärke des homogenen Feldes gilt

$$E = \frac{U}{d} = \frac{1000\,\mathrm{V}}{2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = 500\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}$$

und der Energieinhalt des Kondensators ist

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} \cdot 10^6\,\mathrm{V}^2 = 25 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{J}\,.$$

c) Im Innern des Dielektrikums erfolgt eine Ladungsverschiebung (Polarisation), wodurch das elektrische Feld und die Spannung abgeschwächt werden, während die Kapazität erhöht wird. Die Dielektrizitätskonstante gibt den Faktor an, mit dem die Kapazität vervielfacht wird.
Es gilt $C_r = \varepsilon_r \cdot C = 2{,}5 \cdot 50 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} = 125 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F}$. Da die Ladung auf den Kondensatorplatten konstant ist, sinkt die Spannung auf

$$U_r = \frac{Q}{C_r} = \frac{1}{2{,}5} \cdot \frac{Q}{C} = \frac{1}{2{,}5}U = 400\,\mathrm{V}\,.$$

Für den Energieinhalt bedeutet dies

$$W_r = \frac{1}{2C_r}Q^2 = \frac{1}{\varepsilon_r} \cdot \frac{Q^2}{2C} = \frac{W}{\varepsilon_r} = \frac{25}{2{,}5}\,\mu\mathrm{J} = 10\,\mu\mathrm{J}\,.$$

4) a) Nach dem Coulombschen Gesetz üben beide Punktladungen die abstoßende Kraft

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{C}^2}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{Vm}} \cdot (0{,}3\,\mathrm{m})^2} = 3{,}6\,\mu\mathrm{N}\,.$$

aufeinander aus.
b) Die Ladungen Q_1 und Q_2 üben Anziehungskräfte F_1 bzw. F_2 auf q aus; diese wirken entgegengesetzt. Sie betragen

$$F_1 = \frac{Q_1 q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot (15\,\mathrm{cm})^2} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 10^{-21}\,\mathrm{C}}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{Vm}} \cdot (0{,}15\,\mathrm{m})^2} = 1{,}6\,\mathrm{nN}$$
$$F_2 = \frac{Q_2 q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot (15\,\mathrm{cm})^2} = \frac{Q_2}{Q_1} \cdot F_1 = \frac{9}{4} \cdot 1{,}6\,\mathrm{nN} = 3{,}6\,\mathrm{nN}$$

c) Die resultierende Kraft auf q wirkt in Richtung Q_2 und beträgt

$$F = F_2 - F_1 = (\frac{Q_2}{Q_1} - 1) \cdot F_1 = 1{,}25 \cdot 1{,}6\,\mathrm{nN} = 2\,\mathrm{nN}\,.$$

Die Feldstärke beträgt daher

$$E = \frac{F}{q} = \frac{2\,\mathrm{nN}}{1\,\mathrm{pC}} = 2 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\,.$$

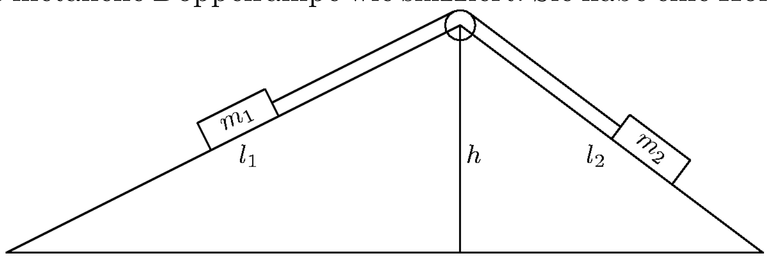
Da q negativ ist, ist die Richtung von E entgegengesetzt zur Richtung von F, also von Q_2 weg zu Q_1 hin.

Studienkolleg an der RWTH Aachen

AT3 Physik (Kg) **1. Klausur** **24. März 2007**

Aufgabe 1:

Gegeben ist eine metallene Doppelrampe wie skizziert. Sie habe eine Höhe von $h = 2{,}4\,\mathrm{m}$



und Längen $l_1 = 6\,\mathrm{m}$ sowie $l_2 = 3\,\mathrm{m}$. Auf ihr liegen zwei Metallquader von $m_1 = 700\,\mathrm{g}$ und $m_2 = 600\,\mathrm{g}$ Masse, die durch ein Seil über eine Rolle miteinander verbunden sind. Die Reibung der Rolle kann vernachlässigt werden, nicht jedoch die auf der schiefen Ebene.

a) Bestimmen Sie die auf die einzelnen Körper wirkenden Hangabtriebskräfte und die mögliche Bewegungsrichtung.
b) Erläutern Sie die grundlegenden Fakten über Reibung.
c) Setzen sich die beiden verbundenen Massen in Bewegung? In welche Richtung?
d) Wieviel Energie ist durch die Gleitreibung als Wärme ‘verloren’ gegangen, wenn die Blöcke sich 2 m bewegt haben?

Aufgabe 2:

Ein Kanufahrer hat eine Eigenschwindigkeit von $3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Er paddelt nun (bei unverändertem Krafteinsatz) zweimal über einen 200 m breiten Fluss, wobei er auf dem Hinweg einen Winkel von 75^0 *gegen* und auf dem Rückweg einen Winkel von 75^0 *mit* der Strömungsrichtung steuert. (Skizze!)

a) Wie lange benötigt er jeweils zur Überquerung des Flusses?
b) Was stellen Sie fest? Wie erklären Sie das Ergebnis?
c) An welcher Stelle auf dem Ausgangsufer landet der Kanufahrer nach beiden Überquerungen, wenn die Fließgeschwindigkeit des Flusses $2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ beträgt?

Aufgabe 3:

Ein Fön (Haartrockner) erwärmt Luft und wandelt dabei die gesamte elektrische Energie in Wärme um.

a) Der Fön soll pro Sekunde 10 l Luft von Zimmertemperatur 20^0 C auf 75^0 C erhitzen. Wie groß muss die Leistung des Föns mindestens sein?
b) Welchen Widerstand hat der Heizdraht des Föns während des Betriebes?
c) Der Heizdraht (Material Konstantan) hat einen Durchmesser von $d = 0{,}1\,\mathrm{mm}$. Wie lang muss der Draht sein?

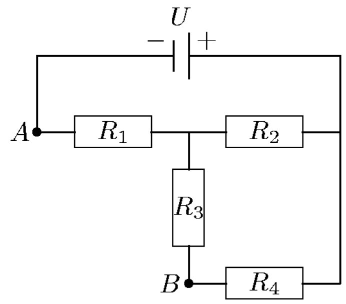
– bitte wenden –

Aufgabe 4:

Gegeben ist die nachstehend skizzierte Schaltung mit den Widerständen

$$R_1 = 150\,\Omega\,, \quad R_2 = 50\,\Omega\,, \quad R_3 = 30\,\Omega\,, \quad R_4 = 120\,\Omega\,.$$

Diese wird an eine Spannungsquelle mit $U = 30\,\mathrm{V}$ angeschlossen.



a) Bestimmen Sie
   i) den Gesamtwiderstand der Schaltung,
   ii) die Stärke des Stromes durch den Widerstand R_1,
   iii) die Leistung der Spannungsquelle,
   iv) sowie die Spannung zwischen den Punkten A und B.

b) Nun werden die Punkte A und B durch einen Widerstand R_5 verbunden. Wie groß muss dieser sein, damit durch R_3 kein Strom fließt?

Reibungskoeffizienten Metall auf Metall: $\mu_{\text{Gleit}} = 0{,}15$, $\mu_{\text{Haft}} = 0{,}19$.

Dichte von Luft: $\rho_L = 1{,}2\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{l}}$

spezifische Wärmekapazität von Luft: $c_L = 1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{gK}}$

spezifischer Widerstand von Konstantan: $\rho_K = 0{,}5\,\frac{\Omega\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$

Viel Erfolg!

1. Klausur — Lösungen

1) a) Die Hangabtriebskräfte sind

$$F_{1\mathrm{H}} = \frac{h}{l_1} \cdot F_{1\mathrm{G}} = \frac{h}{l_1} \cdot m_1 g = \frac{2{,}4}{6} \cdot 0{,}7\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 2{,}75\,\mathrm{N}\,,$$
$$F_{2\mathrm{H}} = \frac{h}{l_2} \cdot F_{2\mathrm{G}} = \frac{h}{l_2} \cdot m_2 g = \frac{2{,}4}{3} \cdot 0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} = 4{,}71\,\mathrm{N}\,.$$

Die resultierende Kraft ist die Differenz

$$F = F_{2\mathrm{H}} - F_{1\mathrm{H}} = 4{,}71\,\mathrm{N} - 2{,}75\,\mathrm{N} = 1{,}96\,\mathrm{N}\,,$$

sie wirkt in Richtung der Masse m_2.
b) - Reibung ist eine Kraft, die bei Bewegung zweier sich berührender Körper (oder dem Versuch, sie in Bewegung zu setzen) auftritt.
- Je nach Art der Berührung unterscheidet man Haft-, Gleit- oder Rollreibung.
- Die Richtung der Reibungskraft ist stets der Bewegungsrichtung entgegengesetzt.
- Die Reibungskraft ist zur Normalkraft proportional.
- Der Proportionalitätsfaktor ist von der Art der Reibung (haften, gleiten, rollen) und Material sowie Oberflächenbeschaffenheit abhängig.
c) Ob sich das Gespann in Bewegung setzt, hängt davon ab, ob die resultierende Kraft größer ist als die (maximale) Haftreibungskraft. Diese ist die Summe der beiden einzelnen Haftreibungskräfte ($\mu_H = \mu_{\mathrm{Haft}}$)

$$F_{1\mathrm{RH}} = \mu_{\mathrm{H}} \cdot F_{1\mathrm{N}} = \mu_{\mathrm{H}} \cdot m_1 g \cdot \sqrt{1 - (\frac{h}{l_1})^2} = 0{,}19 \cdot 0{,}7\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot \sqrt{0{,}84} = 1{,}2\,\mathrm{N}\,,$$
$$F_{2\mathrm{RH}} = \mu_{\mathrm{H}} \cdot F_{2\mathrm{N}} = \mu_{\mathrm{H}} \cdot F_{2\mathrm{G}} \cdot \sqrt{1 - (\frac{h}{l_2})^2} = 0{,}19 \cdot 0{,}6\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot \sqrt{0{,}36} = 0{,}67\,\mathrm{N}\,.$$

Da die resultierende, nach rechts ziehende Kraft größer ist als die Summe der Haftreibungskräfte, setzt sich das Gespann in Bewegung.
d) Bei einer Bewegung wird durch die (Gleit-)Reibung Energie in Wärme umgewandelt. Die Gleitreibungskraft berechnet man exakt wie die Haftreibungskraft, nur der Reibungskoeffizient ist ein anderer; die Gleitreibung ist daher proportional zur Haftreibung mit dem Faktor

$$\frac{\mu_{\mathrm{Gleit}}}{\mu_{\mathrm{Haft}}} = \frac{0{,}15}{0{,}19} = 0{,}79\,.$$

Die Gleitreibungskraft beträgt also 79% der Haftreibungskraft:

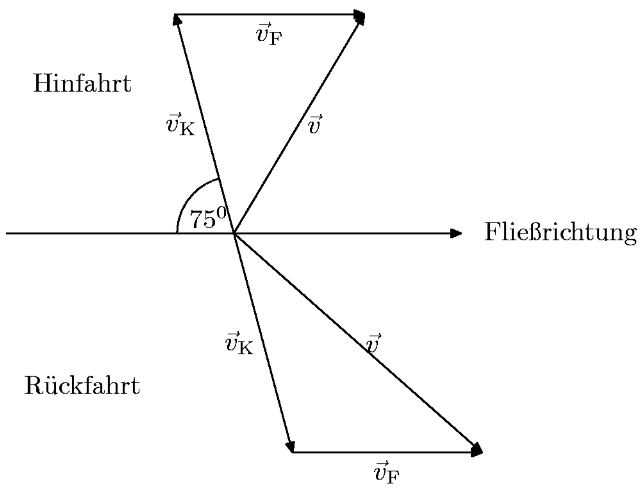
$$F_{\mathrm{Gleit}} = 0{,}79 \cdot (1{,}2 + 0{,}67)\,\mathrm{N} = 1{,}47\,\mathrm{N}\,.$$

Bei einer Gleitstrecke von 2 m geht also

$$W = 1{,}47\,\mathrm{N} \cdot 2\,\mathrm{m} = 2{,}95\,\mathrm{J}$$

als Wärme 'verloren'.

2) Die Eigenschwindigkeit des Kanus $\vec{v}_\mathrm{K}$ und des Flusses $\vec{v}_\mathrm{F}$ überlagern sich zur resultierenden Geschwindigkeit $\vec{v} = \vec{v}_\mathrm{K} + \vec{v}_\mathrm{F}$.



Wir wählen als Koordinatensystem die x-Richtung in Fließrichtung des Flusses und die y-Koordinate senkrecht dazu. Dann gilt für die Komponenten der Flussgeschwindigkeit $v_{\mathrm{F}y} = 0$ und $v_{\mathrm{F}x} = v_\mathrm{F}$. Daraus folgt dann, dass die y-Komponente der resultierenden Geschwindigkeit unabhängig ist von v_F:

$$v_y = v_{\mathrm{K}y} + v_{\mathrm{F}y} = v_{\mathrm{K}y} = v_\mathrm{K} \sin 75^0 \approx 2{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

Dieser Wert gilt sowohl für die Hin- wie auch die Rückfahrt, da nur die Orientierung, nicht aber die Richtung der Kanu-Geschwindigkeit verändert wurde.

a) Das Kanu hat den Fluss überquert, wenn es in y-Richtung die Strecke 200 m zurückgelegt hat. Die dafür benötigte Zeit ist

$$t = \frac{200\,\mathrm{m}}{v_y} = \frac{200\,\mathrm{m}}{v_{\mathrm{K}y}} = \frac{200\,\mathrm{m}}{2{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 69{,}02\,\mathrm{s}\,.$$

b) Der gleiche Wert ergibt sich für die Rückfahrt, denn $v_{ry} = v_{\mathrm{K}y}$ und $v_{\mathrm{K}y}$ ist auf Hin- und Rückfahrt identisch ist, da bei beiden Überquerungen dieselbe Richtung gesteuert wird.

c) Der Abtrieb des Kanus wird durch die x-Komponente von $\vec{v}$ und die Überquerungszeit bestimmt:

$$\text{Hinfahrt:}\quad v_x = v_\mathrm{F} - v_{\mathrm{K}x}\,,\qquad \text{Rückfahrt:}\quad v_x = v_\mathrm{F} + v_{\mathrm{K}x}\,.$$

Dabei sind bei Hin- und Rückfahrt die x-Komponenten $v_{\mathrm{K}x}$ gleich:

$$v_{\mathrm{K}x} = v_K \cdot \cos 75^0 = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \cos 75^0 = 0{,}78\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

Man erhält so

$$\text{Hinfahrt:}\quad s = v_x \cdot t = (v_\mathrm{F} - v_{\mathrm{K}x}) \cdot t = (2{,}5 - 0{,}78)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 69{,}02\,\mathrm{s} = 118{,}96\,\mathrm{m}\,.$$

$$\text{Rückfahrt:}\quad s = v_x \cdot t = (v_\mathrm{F} + v_{\mathrm{K}x}) \cdot t = (2{,}5 + 0{,}78)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 69{,}02\,\mathrm{s} = 226{,}14\,\mathrm{m}\,.$$

Nach Hin- und Rückfahrt landet der Kanufahrer also 118,96 + 226,14 = 345,09 Meter flussabwärts.

3) a) Die benötigte Energie pro Sekunde ist

$$W = c_L \cdot m \cdot \Delta T = c_L \cdot \rho_L \cdot V \cdot \Delta T = 1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{gK}} \cdot 1{,}2\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{l}} \cdot 10\,\mathrm{l} \cdot (75-20)\,\mathrm{K} = 660\,\mathrm{J}$$

und damit die Mindestleistung des Föns

$$P = \frac{W}{t} = \frac{660\,\mathrm{J}}{1\,\mathrm{s}} = 660\,\mathrm{W}\,.$$

b) Aus $P = UI = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$ ergibt sich

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2\,\mathrm{V}^2}{660\,\mathrm{W}} = 73{,}33\,\Omega\,.$$

c) Für den Widerstand eines Konstantan-Drahtes der Länge l und mit dem Durchmesser d gilt

$$R = \rho_K \cdot \frac{l}{A} = \rho_K \cdot \frac{l}{\pi(\frac{d}{2})^2} \iff l = \frac{R\pi d^2}{4\rho_K} == \frac{73{,}33\,\Omega \cdot \pi \cdot 0{,}01\,\mathrm{mm}^2}{4 \cdot 0{,}5\,\frac{\Omega\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}} = 1{,}15\,\mathrm{m}\,.$$

4) a) R_3 und R_4 sind in Reihe geschaltet, also ist der Ersatzwiderstand $R_{34} = R_3 + R_4 = 150\,\Omega$. R_{34} ist parallel zu R_2 geschaltet, also gilt für den Ersatzwiderstand R_{234}:

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{50\,\Omega} + \frac{1}{150\,\Omega} = \frac{2}{75\,\Omega} \iff R_{234} = 37{,}5\,\Omega\,.$$

Schließlich ist R_{234} wieder in Reihe mit R_1 geschaltet, so dass der Gesamtwiderstand

$$R_g = R_1 + R_{234} = 187{,}5\,\Omega$$

beträgt.

ii) Die Stromstärke I_1 durch R_1 ist gleich der Gesamtstromstärke I_g, also nach dem Ohmschen Gesetz

$$I_1 = I_g = \frac{U}{R_g} = \frac{30\,\mathrm{V}}{187{,}5\,\Omega} = 0{,}16\,\mathrm{A}\,.$$

iii) Die Leistung der Spannungsquelle beträgt

$$P = U \cdot I = 30\,\mathrm{V} \cdot 0{,}16\,\mathrm{A} = 4{,}8\,\mathrm{W}\,.$$

iv) Die gesuchte Spannung ist $U_{AB} = U_1 + U_3$. Der Spannungsabfall am Widerstand R_1 ist

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 = 150\,\Omega \cdot 0{,}16\,\mathrm{A} = 24\,\mathrm{V}\,.$$

Damit beträgt der Spannungsabfall an R_{34}

$$U_{34} = U - U_1 = 30\,\mathrm{V} - 24\,\mathrm{V} = 6\,\mathrm{V}\,.$$

Dieser Spannungsabfall teilt sich gemäß der Spannungsteilerregel entsprechend dem Verhältnis der Widerstände R_3 und R_4 auf:

$$\frac{U_3}{U_4} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}\,.$$

Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} U_3 &= \frac{1}{5} U_{34} = 1{,}2\,\mathrm{V}\,. \\ U_{AB} &= U_1 + U_3 = 24\,\mathrm{V} + 1{,}2\,\mathrm{V} = 25{,}2\,\mathrm{V}\,. \end{aligned}$$

b) Schaltet man zwischen A und B einen Widerstand R_5, so erhält man die Wheatstone-Schaltung. Ist dann zusätzlich der Strom $I_3 = 0$, so hat man die sog. Wheatstone-Brücke zur stromlosen Bestimmung von Widerständen. Für diese gilt dann

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_5}{R_4} \iff R_5 = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_4 = 3 \cdot 120\,\Omega = 360\,\Omega\,.$$