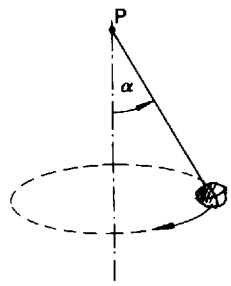
Studienkolleg an der RWTH Aachen

FT2 Physik (Kg) **2. Klausur** **15. Oktober 2004**

1) An einer $l = 1{,}1\,\mathrm{m}$ langen Schnur wird ein Stein von $m = 200\,\mathrm{g}$ Masse in einem horizontalen Kreis herumgeschleudert. α ist der Winkel zwischen der Schnur und der Vertikalen (siehe Skizze). Die Schnur hat eine Reißfestigkeit von $F = 15\,\mathrm{N}$, d. h. bei einer höheren Kraftbelastung reißt die Schnur.



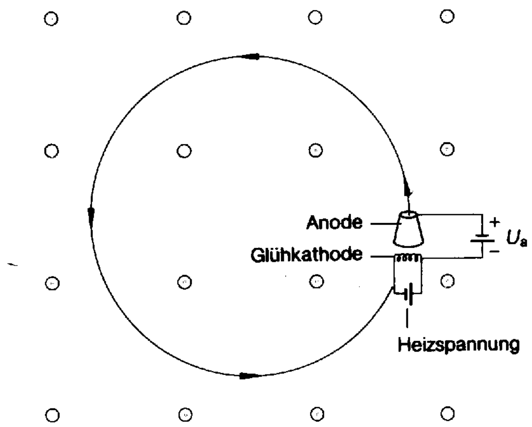
a) Zeichnen Sie in obige Skizze die auf den Stein wirkenden Kräfte $\vec{F}_z$, $\vec{F}_G$ und die Zugkraft des Fadens $\vec{F}$ ein. Welche Beziehungen zwischen den drei Kräften und dem Winkel α ergeben sich daraus?
b) Wie groß sind bei einem Winkel $\alpha = 40^0$ Bahngeschwindigkeit und Umlaufdauer?
c) Mit welcher Kraft F wird bei diesem Winkel der Faden belastet? Wie groß ist die Zentripetalkraft F_z?
d) Bei welchem Winkel reißt die Schnur? Wie groß ist in dem Moment die Frequenz?

2) Eine Schraubenfeder dehnt sich unter der Last eines angehängten Gewichtsstücks um $4\,\mathrm{cm}$. Sie dehnen die Feder um weitere $2\,\mathrm{cm}$ nach unten und lassen los.
a) Wann nennt man eine Schwingung harmonisch? Warum liegt in diesem Falle eine harmonische Schwingung vor? Geben Sie andere Beispiele für harmonische Schwingungen an.
b) Wie groß ist die Schwingungsdauer T? [Zur Kontrolle: $T = 0{,}4\,\mathrm{s}$.]
Wie groß ist die Geschwindigkeit des Gewichtsstückes beim Durchgang durch die Ruhelage?
c) Beschreiben Sie den Bewegungszustand des Gewichtes zum Zeitpunkt $t = 1{,}5\,\mathrm{s}$ *nach dem Loslassen* (!) (Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Richtung der Bewegung).
d) Welche Auswirkung hat eine anfängliche Dehnung von $3\,\mathrm{cm}$ statt $2\,\mathrm{cm}$ auf die in c) berechneten Größen?

bitte wenden!

3) a) Mit welcher Größe gibt man die Stärke eines magnetischen Feldes an? Wie ist sie definiert?
b) Eine Spule habe $n = 10000$ Windungen und die Länge $l = 10\,\text{cm}$. Bestimmen Sie die magnetische Flussdichte in ihrem Innern, wenn sie von einem Strom der Stärke $I = 10\,\text{A}$ durchflossen wird. Was geschieht, wenn man einen ferromagnetischen Stoff in die Spule einführt?
c) Welche Kraft erfährt in diesem Magnetfeld ein stromdurchflossener Leiter ($I_1 = 2\,\text{A}$) der Länge $l_1 = 4\,\text{cm}$, wenn er mit dem magnetischen Feld einen Winkel von 30^0 bildet?

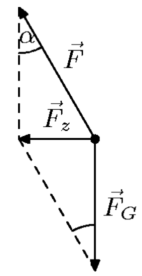
4) Im Fadenstrahlrohr (siehe Skizze) werden Glühelektronen durch die Spannung $U_a = 180\,\text{V}$ auf die Geschwindigkeit v beschleunigt. Mit dieser Geschwindigkeit treten die Elektronen senkrecht in ein homogenes Magnetfeld der Flussdichte $B = 13{,}6 \cdot 10^{-4}\,\text{T}$ ein.



a) Welche Geschwindigkeit v haben die Elektronen hinter der Anode?
b) Welche Kraft zwingt die Elektronen auf die eingezeichnete Bahn? Unter welchen Bedingungen tritt diese Kraft auf? Wie bestimmt man ihre Stärke und Richtung? Das Magnetfeld verläuft senkrecht zur Zeichenebene. Welche Orientierung muss das Magnetfeld haben, damit die Elektronen sich wie eingezeichnet bewegen?
c) Bestimmen Sie den Radius r der Bahn.
d) Um welche Faktoren ändern sich v und r, wenn man U_a vervierfacht und B verdreifacht?

Masse des Elektrons: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$,
Elementarladung: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$,
magnetische Feldkonstante: $\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Tm}}{\text{A}}$.

2. Klausur — Lösungen



1) a) Aufgrund nebenstehender Skizze gilt

$$\frac{F_z}{F_G} = \tan\alpha\,, \quad \frac{F_z}{F} = \sin\alpha\,, \quad \frac{F_G}{F} = \cos\alpha\,.$$

b) Der Bahnradius des Steins ist $r = l\sin\alpha$.
Aus $F_z = F_G \cdot \tan\alpha$ erhält man dann

$$mg\tan\alpha = F_z = m\frac{v^2}{r} \iff g\tan\alpha = \frac{v^2}{l\sin\alpha} \iff v^2 = g\tan\alpha \cdot l\sin\alpha$$
$$\iff v = \sqrt{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \tan 40^0 \cdot 1{,}1\,\mathrm{m} \cdot \sin 40^0} = 2{,}41\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

Die Umlaufzeit ergibt sich aus

$$v = \frac{2\pi r}{T} \iff T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 1{,}1\,\mathrm{m} \cdot \sin 40^0}{2{,}41\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 1{,}84\,\mathrm{s}\,.$$

c) Aus a) erhält man

$$F = \frac{F_G}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\cos 40^0} = 2{,}56\,\mathrm{N}\,,$$
$$F_z = F_G\tan\alpha = mg\tan\alpha = 0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \tan 40^0 = 1{,}65\,\mathrm{N}\,.$$

Alternative Berechnungsmöglichkeit mit dem Satz des Pythagoras: $F^2 = F_z^2 + F_G^2$.
d) Die Schnur reißt, wenn F die Reißfestigkeit 15 N erreicht hat:

$$15\,\mathrm{N} = F = \frac{F_G}{\cos\alpha} \iff \cos\alpha = \frac{mg}{15\,\mathrm{N}} = \frac{0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{15\,\mathrm{N}} = 0{,}13$$
$$\iff \alpha = \arccos 0{,}13 = 82{,}48^0\,.$$

Die Frequenz ergibt sich dann aus

$$\frac{F_z}{F} = \sin\alpha \iff mr\omega^2 = 15\,\mathrm{N} \cdot \sin\alpha \iff f^2 = \frac{15\,\mathrm{N} \cdot \sin\alpha}{4\pi^2 ml\sin\alpha} = \frac{15\,\mathrm{N}}{4\pi^2 ml}$$
$$\iff f = \sqrt{\frac{15\,\mathrm{N}}{4\pi^2 \cdot 0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}1\,\mathrm{m}}} = 1{,}31\,\mathrm{Hz}\,.$$

2) a) Eine Schwingung ist harmonisch, wenn die Rückstellkraft proportional ist zur Elongation, oder gleichwertig, wenn die Beschleunigung ein negatives Vielfaches der Elongation ist: $a = -ks$. Hier liegt eine harmonische Schwingung vor, da nach dem Hooke'schen Gesetz die Federkraft proportional ist zur Auslenkung: $F = -Ds$. Andere harmonische Schwingungen sind die Projektion einer gleichmäßigen Kreisbewegung, das Fadenpendel (bei kleiner Amplitude) oder eine Flüssigkeitssäule in

einem U-Rohr.
b) Es gilt

$$\omega^2 = k = \frac{D}{m} \iff T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}\,.$$

Wir müssen D bestimmen. Hierfür gilt

$$D = \frac{F}{s} = \frac{F_G}{s_1} = \frac{mg}{s_1}\,,$$

wobei s_1 die durch das Gewicht verursachte Verlängerung $s_1 = 4\,\mathrm{cm}$ ist. Also

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/s_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{s_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}04\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 0{,}4\,\mathrm{s}\,.$$

Für die Geschwindigkeit im Nulldurchgang gilt

$$\hat{v} = \hat{s}\omega = \hat{s}\cdot\frac{2\pi}{T} = 2\,\mathrm{cm}\cdot\frac{2\pi}{0{,}4\,\mathrm{s}} = 31{,}32\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\,.$$

c) Beim Loslassen befindet sich der Körper im unteren Umkehrpunkt, nach $\frac{T}{4} = 0{,}1\,\mathrm{s}$ in der Ruhelage in Bewegung nach oben. Nach weiteren $1{,}4\,\mathrm{s} = 3{,}5\cdot T$ befindet sich der Körper am gleichen Ort (Ruhelage), aber in der Bewegung nach unten mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{v}$ und bei Beschleunigung $a = 0$.
d) T, f und ω ändern sich nicht und die Maximalgeschwindigkeit $\hat{v} = \hat{s}\cdot\omega$ ist daher proportional zu $\hat{s}$, wächst also um 50%.

3) a) Die magnetische Flussdichte B ist ein Maß für die Stärke eines magnetischen Feldes. Man definiert B über die Kraftwirkung des Magnetfeldes auf einen vom Strom I durchflossenen Leiter der Länge l:

$$B = \frac{F}{Il}\,.$$

Dabei verlaufe der Leiter senkrecht zum Magnetfeld und die Kraft wirkt im rechten Winkel zu beiden.
b) Das von einer stromdurchflossenen Spule erzeugte Magnetfeld im Innern wird durch die magnetische Feldgleichung gegeben:

$$B = \mu_0\frac{nI}{l} = 1{,}257\cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{Tm}}{\mathrm{A}}\cdot\frac{10\,\mathrm{A}\cdot 10000}{0{,}1\,\mathrm{m}} = 1{,}257\,\mathrm{T}\,.$$

Durch einen ferromagnetischen Kern wird die Flussdichte um den Faktor μ_r (Permeabilitätszahl) erhöht.
c) Die Kraft auf den Leiter beträgt

$$F = BI_1l_1\sin\alpha = 1{,}257\,\mathrm{T}\cdot 2\,\mathrm{A}\cdot 0{,}04\,\mathrm{m}\cdot\sin 30^0 = 5{,}03\,\mathrm{cN}\,.$$

4) a) Die Geschwindigkeit v ergibt sich aus dem Energievergleich:

$$eU_a = \frac{1}{2}m_ev^2 \iff v = \sqrt{\frac{2eU_a}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot 180\,\mathrm{V}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 7956\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\,.$$

b) Die Ursache der Kreisbahn ist die Lorentzkraft. Sie wirkt auf bewegte Ladungen im Magnetfeld. Ihre Stärke ist $F_L = qvB \sin\alpha$, wenn q die Ladung, v die Geschwindigkeit, B die Flussdichte und α der Winkel zwischen $\vec{v}$ und $\vec{B}$ ist. Die Lorentzkraft wirkt senkrecht zu $\vec{v}$ und $\vec{B}$; die Orientierung von $\vec{F}_L$ wird durch die Dreifingerregel beschrieben: Weist der Daumen der rechten Hand in die Bewegungsrichtung der *positiven* Ladung, der Zeigefinger in Richtung des Feldes, so weist der abgespreizte Mittelfinger in Richtung der Kraft. Bei *negativen* Ladungen muss man den Daumen *entgegengesetzt* zur Bewegung ausrichten.
Vektoriell erfasst man dies mit Hilfe des Vektorproduktes: $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.
Nach der formulierten Dreifingerregel muss das Magnetfeld aus der Zeichenebene heraus (auf den Betrachter zu) gerichtet sein: Daumen entgegen der Bewegung des Elektrons nach unten, der abgespreizte Mittelfinger in Kraftrichtung nach links, der Zeigefinger ist dann auf den Betrachter gerichtet.
c) Die Lorentzkraft bewirkt die Kreisbewegung, ist also gleich der Zentripetalkraft:

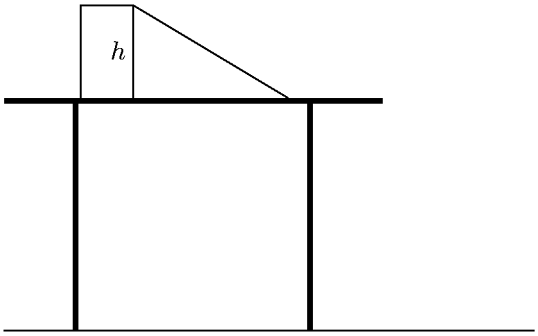
$$F_L = F_z \iff qvB = m_e \cdot \frac{v^2}{r} \iff r = \frac{m_e v}{eB}$$
$$\iff r = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 7955{,}92 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 13{,}6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}} = 3{,}33\,\mathrm{cm}\,.$$

d) Wegen $v^2 \sim U_a$ muss sich v verdoppeln, und wegen $r \sim \frac{v}{B}$ wird r mit dem Faktor $\frac{2}{3}$ multipliziert: $r = 2{,}22\,\mathrm{cm}$.

Studienkolleg an der RWTH Aachen

FT2 Physik (Kg) **1. Klausur** **11. September 2004**

1) Auf einem Tisch von 75 cm Höhe befindet sich eine schiefe Ebene mit der Höhe $h = 50\,\text{cm}$. Ein Körper gleitet reibungsfrei vom höchsten Punkt über die schiefe Ebene und den Tisch und fällt schließlich auf den Boden.



a) Mit welcher Geschwindigkeit verlässt der Körper die schiefe Ebene und dann den Tisch, und mit welcher Geschwindigkeit schlägt er auf dem Boden auf? [Zur Kontrolle: Geschwindigkeit beim Verlassen des Tisches 3,1 m/s.]
b) An welcher Stelle und unter welchem Winkel schlägt der Körper auf dem Boden auf?

2) Einer der vier von Galilei 1610 entdeckten Monde des Planeten Jupiter ist *Kallisto*. Er umkreist den Jupiter in 16,69 Tagen und ist 26,34 Jupiterradien vom Zentrum des Jupiter entfernt.
a) Bestimmen Sie die Zentripetalbeschleunigung des Kallisto und erläutern Sie, wie man daraus die Jupitermasse bestimmen kann. Zeigen Sie, dass die Jupitermasse $19 \cdot 10^{26}$ kg beträgt.
b) Wie groß ist die Gravitationsbeschleunigung an der Jupiteroberfläche? Vergleichen Sie mit den Verhältnissen auf der Erde.
c) Welche Umlaufzeit hat ein künstlicher Jupitersatellit in 10000 km Höhe über der Jupiteroberfläche?

3) In der Mitte zwischen zwei vertikal aufgestellten kreisförmigen Kondensatorplatten von $d = 10\,\text{cm}$ Durchmesser hängt an einem dünnen Faden eine kleine Metallkugel von 3 g Masse. Die Kugel trägt eine elektrische Ladung von 50 nC.
a) Wie stark ist das elektrische Feld, wenn sich der Faden bei einem Winkel von $7{,}5^0$ gegenüber der Vertikalen einpendelt? auf 2,5 änd
b) Welche Ladung tragen die Kondensatorplatten?
c) Wie groß ist der Winkel bei einem 3-mal so starken Feld?

4) a) Beschreiben Sie den prinzipiellen Aufbau einer Elektronenstrahlröhre (Braunsche Röhre).
In einer solchen Röhre sei die Beschleunigungsspannung $U_a = 1800\,\text{V}$, der Ablenkkondensator habe einen Plattenabstand von $d = 6\,\text{mm}$ sowie in Flugrichtung der Elektronen eine Länge von $l = 3\,\text{cm}$.
b) Mit welcher Geschwindigkeit treten die Elektronen in den Ablenkkondensator ein?
c) Die Spannung zwischen den Platten des Ablenkkondensators sei $U = 100\,\text{V}$. Wie groß ist die Ablenkung y des Elektrons von seiner ursprünglichen Bahn bei Verlassen des Kondensators? Welche Bahn durchläuft das Elektron nach Verlassen des Kondensators?

Gravitationskonstante:	$G^* = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\dfrac{\text{m}^3}{\text{kg}\,\text{s}^2}$,
Masse des Elektrons:	$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$,
Elementarladung:	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$,
elektrische Feldkonstante:	$\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\dfrac{\text{C}}{\text{Vm}}$
Jupiterradius:	$r_\text{J} = 71\,492\,\text{km}$,

1. Klausur — Lösungen

1) a) Wir stellen eine Energiebilanz für drei Positionen auf. Als Nullniveau für die Lageenergie benutzen wir den Fußboden.
1. Start: Der Körper ist in Ruhe und hat nur Lageenergie: $W_1 = mg \cdot 1{,}25\,\mathrm{m}$.
2. Auf dem Tisch: Der Körper hat eine Geschwindigkeit v_T sowie die Lageenergie: $W_2 = \frac{1}{2}mv_T^2 + mg \cdot 75\,\mathrm{cm}$
3. Auf dem Boden: Der Körper hat eine Geschwindigkeit v_B und keine Lageenergie: $W_3 = \frac{1}{2}mv_B^2$.
Da von Reibung abgesehen werden soll, stimmen nach dem Prinzip der Energieerhaltung die drei Energien überein:

$$\begin{aligned} W_1 = W_2 = W_3 &\iff 2g \cdot 1{,}25\,\mathrm{m} = v_T^2 + 2g \cdot 0{,}75\,\mathrm{m} = v_B^2 \\ &\iff v_T = \sqrt{2g \cdot 0{,}50\,\mathrm{m}} = 3{,}13\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \wedge \\ &\quad\;\; v_B = \sqrt{2g \cdot 1{,}25\,\mathrm{m}} = 4{,}95\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

b) Beim Verlassen des Tisches hat der Körper die horizontale Geschwindigkeit $v_h = 3{,}13\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Diese bleibt während des waagerechten Wurfes unverändert, so dass man aus der Aufschlaggeschwindigkeit v_B und v_h den Aufschlagwinkel berechnen kann:

$$\cos\alpha = \frac{v_h}{v_B} = \frac{3{,}13}{4{,}95} = 0{,}63 \iff \alpha = 50{,}77^0\,.$$

Zur Berechnung des Aufschlagpunktes benötigt man die Flugzeit t. Diese ist gleich der Fallzeit für eine Fallstrecke von 75 cm, also

$$\frac{1}{2}gt^2 = 0{,}75\,\mathrm{m} \iff t = \sqrt{\frac{1{,}5\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 0{,}39\,\mathrm{s}\,.$$

In dieser Zeit hat der Körper in horizontaler Richtung die Strecke

$$s = v_h \cdot t = 3{,}13\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}39\,\mathrm{s} = 1{,}22\,\mathrm{m}\,.$$

Der Körper schlägt also in 1,22 m horizontalem Abstand von der Tischkante auf dem Boden auf.

2) a) Die Zentripetalbeschleunigung für den Kallisto-Mond beträgt

$$a_z = r\omega^2 = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 26{,}34 \cdot 71492 \cdot 10^3\,\mathrm{m}}{(16{,}69 \cdot 24 \cdot 3600\,\mathrm{s})^2} = 3{,}58 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

Die Ursache dieser Zentripetalbeschleunigung ist die Gravitationswirkung des Jupiter. Nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz gilt $a_g = G^* \cdot \frac{m_J}{r^2}$. Aus der Übereinstimmung $a_z = a_g$ erhält man die Masse des Jupiter:

$$\frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} = G^* \cdot \frac{m_J}{r^2} \iff m_J = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G^* \cdot T^2} = 190{,}07 \cdot 10^{25}\,\mathrm{kg}\,.$$

Dies ist näherungsweise der angegebene Wert.
b) Mit der nun bekannten Masse erhält man an der Jupiteroberfläche die Fallbeschleunigung

$$a_g = G^* \cdot \frac{m_J}{r_J^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2} \cdot \frac{190{,}07 \cdot 10^{25}\,\mathrm{kg}}{71492000^2\,\mathrm{m}^2} = 24{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Dies ist etwa das 2,5-fache der Fallbeschleunigung auf der Erde.
c) Für den Jupitersatelliten muss die Radialbeschleunigung gleich der Gravitationsbeschleunigung in 10000 km Höhe sein. Der Abstand r zum Jupiterzentrum beträgt $r = r_J + 10000\,\mathrm{km} = 81492\,\mathrm{km}$. Damit erhält man

$$\begin{aligned} a_z = a_g \iff \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} &= G^* \cdot \frac{m_J}{r^2} \\ \iff T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G^* m_J} &= \frac{4\pi^2 \cdot 81492^3 \cdot 10^9\,\mathrm{m}^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2} \cdot 190{,}07 \cdot 10^{25}\,\mathrm{kg}} \\ \iff T = \sqrt{168525426{,}88}\,\mathrm{s} &= 12981{,}73\,\mathrm{s}\,. \end{aligned}$$

Dies sind etwa 3 Stunden und 36 Minuten.

3) a) Auf die Metallkugel wirken horizontal die elektrische Feldkraft $F_{\mathrm{el}} = Eq$ und vertikal die Gewichtskraft $F_{\mathrm{G}} = mg$. Die Richtung des Fadens wird bestimmt durch die Resultierende dieser beiden Kräfte. Es gilt also

$$\tan\alpha = \frac{F_{\mathrm{el}}}{F_{\mathrm{G}}} = \frac{Eq}{mg} \iff E = \frac{mg\tan\alpha}{q} = \frac{3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \tan 7{,}5^0}{50 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}} = 77{,}49\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}\,.$$

b) Gemäß der elektrischen Feldgleichung erhält man (mit der Plattenfläche $A = \pi r^2$)

$$\frac{Q}{A} = \sigma = \epsilon_0 E \iff Q = \epsilon_0 E \cdot A = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{Vm}} \cdot 77{,}49\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}} \cdot \pi \cdot 0{,}05^2\,\mathrm{m}^2 = 5{,}39\,\mathrm{nC}\,.$$

c) Bei einem dreimal so starken elektrischen Feld wächst der Tangens auf das 3-fache, es gilt also für den gesuchten Winkel β:

$$\tan\beta = 3\tan\alpha = 3\tan 7{,}5^0 \iff \beta = 21{,}55^0\,.$$

Vorsicht: Es gilt nicht $\beta = 3\alpha$. (Für kleine Winkel trifft dies allerdings näherungsweise zu.)

4) a) Eine Braunsche Röhre setzt sich zusammen aus einer Glühkathode, aus der Elektronen austreten, einer positiv geladenen Anode, die die Elektronen anzieht und beschleunigt. Dabei wird der Elektronenstrahl durch einen negativ geladenen Wehneltzylinder gebündelt. Die Elektronen treten dann in Ablenkkondensatoren ein, in denen der Elektronenstrahl durch ein elektrisches Feld abgelenkt wird und so zum gewünschten Punkt auf dem Bildschirm gelenkt wird. Skizze siehe Manuskript.
b) Bei einer Beschleunigungsspannung von $U_a = 1800\,\mathrm{V}$ nimmt das Elektron die Energie $W = U_a \cdot e$ auf. Diese wird in kinetische Energie des Elektrons umgewandelt. Man erhält also

$$\begin{aligned} U_a \cdot e = \frac{1}{2} m_e v^2 &\iff v^2 = \frac{2U_a e}{m_e} \\ \iff v = \sqrt{\frac{2U_a e}{m_e}} &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1800\,\mathrm{V} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 25159\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\,. \end{aligned}$$

c) Aufgrund dieser Geschwindigkeit benötigt das Elektron zum Durchqueren des Kondensators die Zeit

$$t = \frac{l}{v} = \frac{0{,}03\,\mathrm{m}}{25159\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}} = 1{,}19\,\mathrm{ns}\,.$$

Während dieser Zeit wirkt auf das Elektron die elektrische Feldkraft $F_{\mathrm{el}} = E \cdot e = \frac{Ue}{d}$ im rechten Winkel zu den Kondensatorplatten. In dieser Richtung erfährt das Elektron also eine konstante Beschleunigung

$$a = \frac{F_{\mathrm{el}}}{m_e} = \frac{Ee}{m_e} = \frac{Ue}{dm_e}$$

und damit die Ablenkung

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{Ue}{2dm_e} \cdot \frac{l^2}{v^2} = \frac{Uel^2}{2dm_e \cdot \frac{2U_a e}{m_e}} = \frac{Ul^2}{4U_a d} = 2{,}08\,\mathrm{mm}\,.$$

Nach dem Verlassen des Kondensators wirken keine Kräfte auf das Elektron, so dass es eine geradlinige Bahn bis zum Bildschirm durchläuft. Die Richtung ist dabei die Richtung der (resultierenden) Geschwindigkeit beim Verlassen des Kondensators.