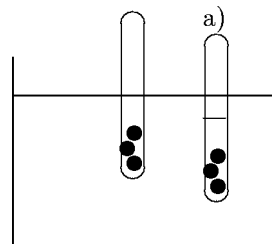


**Aufgabe 1:**

Eine Senkwaage besteht aus einem geschlossenen langen Glasgefäß, welches – durch ein unten eingeschmolzenes Gewicht stabilisiert – tief eingetaucht in einer Flüssigkeit schwimmt.



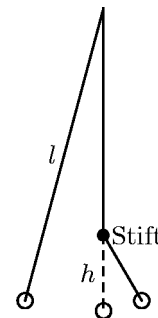
- Die Senkwaage wird nun in die Flüssigkeit hineingedrückt und dann losgelassen. Welche Kraft  $F$  treibt die Senkwaage wieder nach oben? Erläutern Sie, warum sich eine Schwingung ergibt.
- Zeigen Sie, dass bei konstanter Querschnittsfläche  $A$  des Glasgefäßes die Schwingung harmonisch ist, wenn man von Reibung absieht.  
[Zur Kontrolle:  $F = -\rho Ag \cdot s$  mit der Dichte  $\rho$  der Flüssigkeit.]  
Leiten Sie eine Formel für die Schwingungsdauer her.
- Eine Senkwaage mit einer Masse  $m = 250 \text{ g}$  und einem kreisförmigen Querschnitt von  $d = 4 \text{ cm}$  Durchmesser schwimme in Wasser. Sie wird nun  $2 \text{ cm}$  in das Wasser hineingedrückt. Mit welcher Frequenz schwingt sie und welche Geschwindigkeit erreicht sie maximal?
- Dieselbe Senkwaage führt in einer unbekanntenen Flüssigkeit eine Schwingung der Dauer  $T = 1 \text{ s}$  aus. Bestimmen Sie die Dichte der Flüssigkeit.

**Aufgabe 2:**

Ein Fadenpendel wird in Schwingungen versetzt. Für 20 Schwingungen werden  $35,9 \text{ s}$  gestoppt.

- Unter welcher Bedingung gilt für die Schwingungsdauer eines Fadenpendels die Beziehung  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ? Bestimmen Sie die Länge des Pendels.
- Nun wird in der Höhe  $h$  oberhalb der Ruheposition ein Stift zur Hemmung angebracht. Die Periodendauer  $T$  des so entstehenden ‘Hemmungspendels’ wird in Abhängigkeit von  $h$  gemessen. Man erhält folgende Ergebnisse:

$h/\text{cm}$	10	20	30	40
$T/\text{s}$	1,22	1,35	1,45	1,53



Beschreiben Sie die einzelnen Phasen des veränderten Schwingungsvorganges. Begründen Sie, dass eine Schwingung vorliegt, die jedoch nicht harmonisch ist.

- Leiten Sie eine Formel für die Schwingungsdauer des Hemmungspendels her. Unter welchen Voraussetzungen ist Ihre Formel gültig? Überprüfen Sie Ihre Formel an den obigen Messwerten.
- Es sei jetzt  $h = 20 \text{ cm}$  und die Ausgangsamplitude (links) sei  $\hat{s}_1 = 4 \text{ cm}$ . Bestätigen Sie, dass die Amplitude rechts  $\hat{s}_2 = 2 \text{ cm}$  beträgt und skizzieren Sie das Elongation-Zeit-Diagramm des Hemmungspendels für zwei volle Schwingungen (wählen Sie einen hinreichend großen Maßstab für die Zeitachse).

### Aufgabe 3:

- a) Was versteht man unter Selbstinduktion? Wann tritt sie auf? Wie lautet die entscheidende Gesetzmäßigkeit? Leiten Sie sie aus dem Induktionsgesetz her.
- b) Aus Kupferdraht ( $\rho_{\text{Cu}} = 0,0172 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$ ) mit dem Durchmesser  $d = 1 \text{ mm}$  wird eine Spule mit 10000 Windungen hergestellt. Sie hat einen kreisförmigen Querschnitt von 10 cm Durchmesser und eine Länge von 50 cm. Bestimmen Sie Induktivität und Widerstand der Spule. [Zur Kontrolle:  $L \approx 2 \text{ H}$ ,  $R \approx 70 \Omega$ .]
- c) In dieser Spule wird die Stromstärke innerhalb von 3 s gleichmäßig von 2 A auf 8 A gesteigert. Wie stark ist dabei die induzierte Spannung und der Energiezuwachs des Magnetfeldes?
- d) In die Spule wird ein Eisenkern der Permeabilitätszahl  $\mu_r = 250$  eingeführt. Welche Auswirkungen hat dies? Die Spule wird danach von der Spannungsquelle getrennt. Wie groß ist die Stromstärke nach 3 s? Nach welcher Zeit ist die Stromstärke auf 4 A und auf 1 A abgesunken?

---

Naturkonstanten:  $\mu_0 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$

*Viel Erfolg!*

## 2. Klausur — Lösungen

- 1) a) Die rücktreibende Kraft ist zunächst der Auftrieb. Nach dem Archimedischen Prinzip ist die Auftriebskraft gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit. Wenn nun die Senkwaage wieder nach oben steigt, nimmt der Auftrieb ab und in der Ruhelage gleichen sich Auftrieb und Gewicht aus: Die rücktreibende Kraft ist 0. Die Senkwaage bewegt sich jedoch infolge ihrer Trägheit weiter nach oben. Nun überwiegt die Gewichtskraft den Auftrieb und die Senkwaage erfährt eine rücktreibende Kraft nach unten. Die Gesamtkraft ist immer zur Ruhelage gerichtet; die Senkwaage schwingt.
- b) In der Ruhelage sind Gewicht und Auftrieb im Gleichgewicht. Ist  $s$  die zusätzliche Eintauchtiefe der Senkwaage, so beträgt die zusätzliche Auftriebskraft

$$F = V\rho g = A s \rho g.$$

Diese ist proportional zur Elongation; es liegt also eine harmonische Schwingung vor. Für die Beschleunigung erhält man dann

$$\ddot{s} = a = -\frac{F}{m} = -\frac{A\rho g}{m} \cdot s = -ks.$$

Aus der fundamentalen Beziehung  $\omega^2 = k$  ergibt sich

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{A\rho g}}.$$

- c) Mit den konkreten Werten und  $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  erhält man

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,25 \text{ kg}}{\pi(0,02 \text{ m})^2 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}} = 0,89 \text{ s}.$$

Die maximale Geschwindigkeit  $\hat{v}$  ergibt sich aus

$$\hat{v} = \omega \cdot \hat{s} = \frac{2\pi\hat{s}}{T} = \frac{2\pi \cdot 2 \text{ cm}}{0,89 \text{ s}} = 14,04 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

- d) Wir lösen die Formel für die Schwingungsdauer nach  $\rho$  auf:

$$\rho = \frac{4\pi^2 m}{A g T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,25 \text{ kg}}{\pi(0,02 \text{ m})^2 \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot (1 \text{ s})^2} = 800,61 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,8 \frac{\text{kg}}{\text{l}}.$$

- 2) a) Ein Fadenpendel schwingt näherungsweise harmonisch, wenn die Amplitude klein ist, etwa  $\frac{\hat{s}}{l} \leq 0,1$ . Unter dieser Voraussetzung kann man die Schwingungsdauer wie angegeben berechnen. Die Messwerte ergeben als Schwingungsdauer  $T = \frac{35,9 \text{ s}}{20} = 1,795 \text{ s}$ . Für  $l$  ergibt sich dann

$$l = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot g = 0,8 \text{ m}.$$

b) Es liegt eine Schwingung vor, da sich der Körper periodisch auf einer eindimensionalen Bahn zwischen zwei Umkehrpunkten um eine Ruhelage herum bewegt. Die Schwingung ist nicht harmonisch, da die Umkehrpunkte unterschiedliche Amplituden haben.

c) Die Bewegung setzt sich aus zwei halben Pendelschwingungen unterschiedlicher Periode zusammen. Für das ungehemmte Pendel gilt

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

während für das gehemmte Pendel rechts gilt

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Die Schwingungsdauer insgesamt ist daher

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = 0,9\text{ s} + \pi\sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Daraus ergeben sich die Messwerte (bis auf eine Abweichung in der zweiten Stelle hinter dem Komma):

$h/\text{cm}$	10	20	30	40
Messwert $T/\text{s}$	1,22	1,35	1,45	1,53
Formel $T/\text{s}$	1,215	1,346	1,447	1,532

Die hergeleitete Formel setzt voraus, dass beide Teilschwingungen harmonisch, also beide Amplituden ‘klein’ sind, d. h. nicht nur  $\frac{\hat{s}_1}{l} \leq 0,1$ , sondern auch  $\frac{\hat{s}_2}{h} \leq 0,1$ !

d) Nach dem Prinzip der Energieerhaltung müssen die Umkehrpunkte in gleicher Höhe liegen, also muss gelten:

$$l \cos\left(\frac{\hat{s}_1}{l}\right) = l - h + h \cos\left(\frac{\hat{s}_2}{h}\right).$$

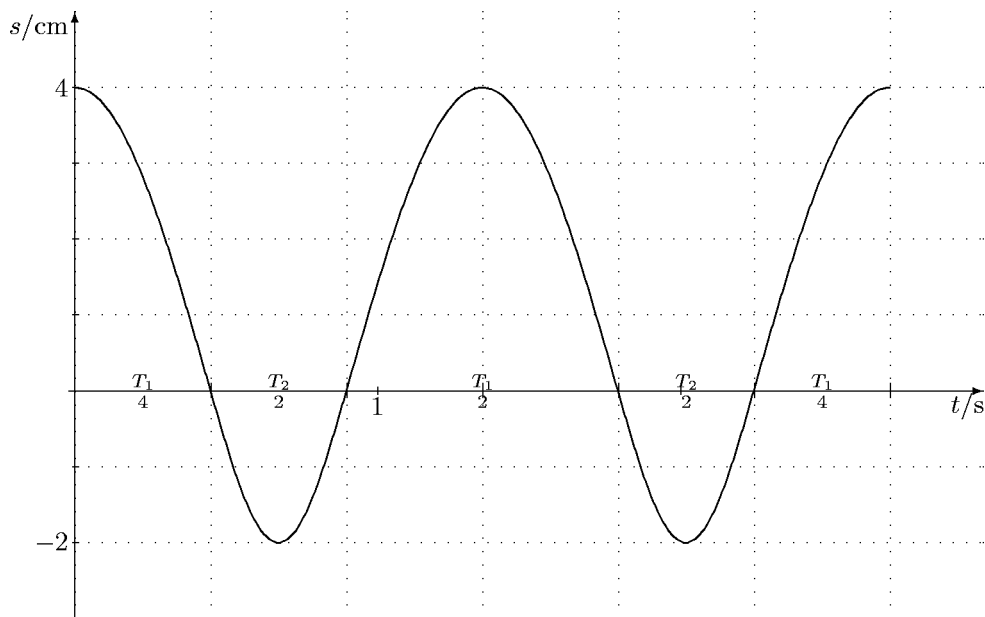
Für  $l = 0,8\text{ m}$ ,  $h = 0,2\text{ m}$ ,  $\hat{s}_1 = 4\text{ cm}$  ergibt sich

$$\cos\left(\frac{\hat{s}_2}{h}\right) = 1 - \frac{l}{h}(1 - \cos\left(\frac{\hat{s}_1}{l}\right)) = 0,995 \iff \hat{s}_2 = h \cdot \arccos 0,995 = 2\text{ cm}.$$

Alternative (weniger Rechnung, mehr Argumentation):  $\hat{s}_2$  ist eindeutig bestimmt (Energieerhaltung). Wir zeigen, dass für  $\hat{s}_2 = 2\text{ cm}$  die Lagenergie in den Umkehrpunkten gleich ist oder gleichwertig, dass die zugehörigen Geschwindigkeiten beim Durchgang durch die Ruhelage gleich sind. Nun gilt nicht nur, dass  $\hat{s}_1$  klein gegen  $l$  ist (=5%), sondern auch  $\hat{s}_2$  ist klein gegen die Pendellänge  $h$  (=10%), also gilt für die Geschwindigkeit in der Ruhelage:

$$\hat{s}_2\omega_2 = \hat{v} = \hat{s}_1\omega_1 \iff \frac{\hat{s}_2}{\hat{s}_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{l}} = \sqrt{\frac{20}{80}} = \frac{1}{2}.$$

Als  $s$ - $t$ -Diagramm erhält man eine Kurve, die sich aus zwei Kosinuskurven zusammensetzt, die jedoch im positiven/negativen Bereich unterschiedliche Amplituden und Perioden haben. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  s startet die Schwingung im linken Umkehrpunkt mit positiv gewerteter Amplitude  $\hat{s}_1$ .



Die Kurven sind bei den Nulldurchgängen glatt, d. h. die Anstiege sind rechts- und linksseitig gleich, nämlich gleich der Geschwindigkeit beim Nulldurchgang.

- 3) a) Ändert sich der magnetische Fluss  $\Phi$  durch eine Spule mit  $n$  Windungen, so wird an deren Enden eine Spannung  $U_{\text{ind}} = -n\dot{\Phi}$  induziert (Induktionsgesetz). Ist die Spule nun selbst von einem Strom durchflossen und ändert sich die Stromstärke  $I$ , so ändert sich das von dieser Spule erzeugte Magnetfeld  $B = \mu_0\mu_r \frac{nI}{l}$  und damit der magnetische Fluss  $\Phi = B \cdot A = \mu_0\mu_r \frac{nA}{l} \cdot I$  durch die Spule. Aufgrund des Induktionsgesetzes wird dann an den Enden der Spule eine Spannung  $U_{\text{ind}} = -n\dot{\Phi} = -\mu_0\mu_r \frac{n^2 A}{l} \cdot \dot{I}$  induziert. Dieses Phänomen nennt man *Selbstinduktion*. Das Minuszeichen bedeutet, dass die Spannung ihrer Ursache entgegengerichtet ist (Lenz'sche Regel). Die Spannung ist also proportional zur Änderungsgeschwindigkeit  $\dot{I}$  der Stromstärke, der Proportionalitätsfaktor  $L = \mu_0\mu_r n^2 \frac{A}{l}$  wird *Induktivität* der Spule genannt. Ihre Einheit ist das *Henry*  $1 \text{ H} = 1 \frac{\text{Tm}^2}{\text{A}}$ .
- b) Wegen  $\mu_r = 1$  (für Vakuum und Luft) erhält man aus der genannten Formel die Induktivität

$$L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{\pi r^2}{l} = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \cdot 10^8 \cdot \frac{\pi \cdot (0,05 \text{ m})^2}{0,5 \text{ m}} = 1,97 \frac{\text{Tm}^2}{\text{A}} = 1,97 \text{ H}.$$

Wir berechnen den Widerstand unter der Annahme, dass alle Windungen den Durchmesser haben. Daher ist die Länge des Kupferdrahtes  $l = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 10^4 = \pi \cdot 10^3 \text{ m}$  und der Widerstand folglich

$$R = \rho_{\text{Cu}} \cdot \frac{\pi \cdot 10^3 \text{ m}}{\pi \cdot \frac{1 \text{ mm}^2}{4}} = 0,0172 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \cdot 4000 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2} = 68,8 \Omega.$$

- c) Da die Stromstärke gleichmäßig von  $I_1 = 2 \text{ A}$  auf  $I_2 = 8 \text{ A}$  erhöht wird, ist die zeitliche Änderungsrate konstant

$$\dot{I} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6 \text{ A}}{3 \text{ s}} = 2 \frac{\text{A}}{\text{s}}.$$

Damit beträgt die induzierte Spannung (unter Verwendung des Kontrollergebnisses)

$$U_{\text{ind}} = -L \cdot \dot{I} = -2 \text{ H} \cdot 2 \frac{\text{A}}{\text{s}} = -4 \text{ V}.$$

Der Energiegehalt des Magnetfeldes einer stromdurchflossenen Spule ist  $W = \frac{1}{2}LI^2$ , also beträgt in diesem Fall der Energiezuwachs

$$\Delta W = \frac{1}{2}L(I_2^2 - I_1^2) = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ H} \cdot (8^2 - 2^2) \text{ A}^2 = 60 \text{ J}.$$

d) Durch den Eisenkern erhöhen sich die magnetische Flussdichte und die Induktivität der Spule auf das 250-fache. Dies ergibt

$$\frac{R}{L} = \frac{70 \Omega}{2 \text{ H} \cdot 250} = 0,14 \text{ Hz}$$

und für den Ausschaltstrom gilt dann

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = 8 \text{ A} \cdot e^{-0,14 \text{ Hz} \cdot t}.$$

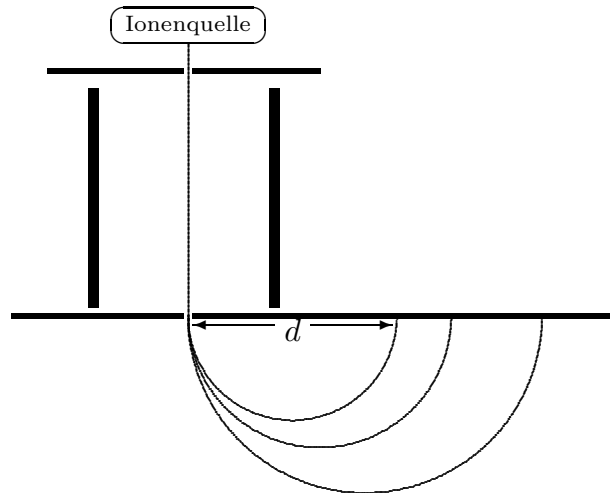
Die Stromstärke für  $t = 3 \text{ s}$  beträgt daher  $I = 8 \text{ A} \cdot e^{-0,14 \cdot 3} = 5,26 \text{ A}$ . Die Halbwertszeit ( $I = 4 \text{ A}$ ) ergibt sich zu

$$t_H = \frac{L}{R} \cdot \ln 2 = 4,95 \text{ s}.$$

Die Stromstärke  $1 \text{ A}$  ergibt sich nach dreimaliger Halbierung, also nach  $3t_H = 14,85 \text{ s}$ .

**Aufgabe 1:**

Die Skizze zeigt die Bahnen von einfach *negativ* ionisierten Atomen (etwa  $\text{Cl}^-$ ), die von einer Ionenquelle abgeschossen werden.



- Welche Felder müssen wirksam sein, damit sich die gezeichneten Bahnen ergeben können? Skizzieren Sie in der vorgegebenen Zeichnung die Art und die Richtung der Felder sowie die Bereiche, in denen sie wirken. Begründen Sie Ihre Antwort.
- Wie nennt man diese Versuchsanordnung? Wozu dient sie? Was versteht man unter gekreuzten Feldern? Wo befinden sie sich und welche Funktion haben sie in dieser Anordnung?
- Welche Eigenschaft haben alle Ionen gemeinsam, deren Bahnen hier eingezeichnet sind? Wodurch unterscheiden sie sich?
- In obiger Versuchsanordnung betragen die Feldstärken  $E = 548 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ,  $B = 0,06 \text{ T}$  und für eine der Bahnen ist  $d = 6 \text{ cm}$ . Bestimmen Sie die Masse der auf dieser Bahn fliegenden Ionen. Leiten Sie eine Formel her, mit deren Hilfe man die Masse  $m$  allein aus den genannten Größen  $E$ ,  $B$  und  $d$  sowie der Ladung  $q = e$  ermitteln kann.

### Aufgabe 2:

- a) Warum lehnt sich ein Motorradfahrer zur Seite, wenn er eine Kurve fahren will? Erläutern Sie Ihre Antwort an einer einfachen schematischen Skizze mit den wirkenden Kräften.
- b) Um welchen Winkel gegen die Vertikale muss ein Motorrad geneigt sein, das eine Kurve vom Bahnradius  $r = 150 \text{ m}$  mit einer Geschwindigkeit  $v = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  durchfährt?
- c) Wie groß muss der Haftreibungskoeffizient  $\mu$  der Reifen auf der Straße sein, damit das Motorrad unter obigen Bedingungen nicht wegrutscht? Begründen Sie Ihre Antworten genau.

### Aufgabe 3:

Einer der vier von Galilei im Jahre 1610 entdeckten Monde des Planeten Jupiter ist *Ganymed*. Er umkreist den Jupiter in 7,15 Tagen und ist 15 Jupiterradien vom Zentrum des Jupiter entfernt.

- a) Bestimmen Sie die Jupitermasse. [Literaturwert siehe Tabelle] Erläutern Sie Ihre Überlegungen.
- b) Wie groß ist die Gravitationsbeschleunigung an der Jupiteroberfläche? Vergleichen Sie mit den Verhältnissen auf der Erde.
- c) Welche Umlaufzeit hat ein künstlicher Jupitersatellit in 5000 km Höhe über der Jupiteroberfläche?

Viel Erfolg!

---

Hilfsmittel: Taschenrechner, nicht programmierbar, nicht graphikfähig

Naturkonstanten:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$$G^* = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

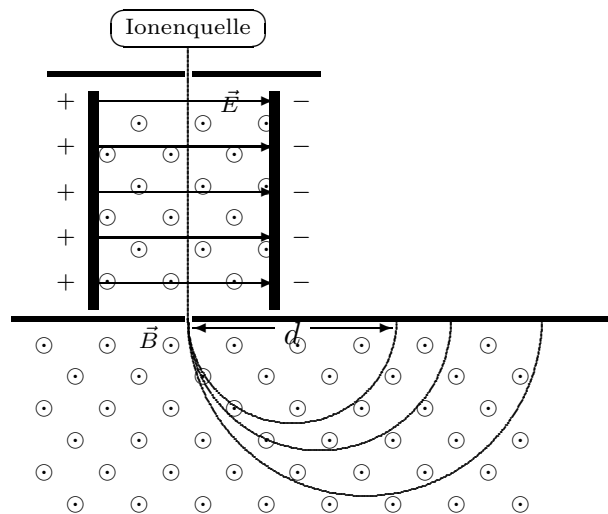
### Physikalische Daten

Name	Durchmesser $d/\text{km}$	Masse $m/10^{24} \text{ kg}$
Sonne	1390000	1990000
Merkur	4880	0.330
Venus	12104	4.869
Erde	12756	5.974
Mars	6794	0.642
Jupiter	142984	1900.000
Saturn	120536	568.000
Uranus	51118	86.830
Neptun	49532	102.470
Pluto	2274	0.013



## 1. Klausur — Lösungen

1) a) Folgende Felder ermöglichen Bahnen der eingezeichneten Art.



Damit die negativ geladenen Ionen im unteren Magnetfeld nach rechts abgelenkt werden, muss das Magnetfeld – wie eingezeichnet – senkrecht zur Zeichenebene dem Betrachter entgegen laufen (Rechte-Hand-Regel: Daumen entgegengesetzt der Bewegungsrichtung der *negativen* Ionen nach oben, Zeigefinger in Richtung des Magnetfeldes dem Betrachter entgegen, Lorentzkraft in Richtung des Mittelfingers nach rechts). Zwischen den Kondensatorplatten muss die (nach rechts wirkende) Lorentzkraft durch die Feldkraft des elektrischen Feldes ausgeglichen werden, diese muss also nach links wirken. Da die Ionen negativ geladen sind, muss links der Plus-, rechts der Minuspol des Kondensators liegen.

b) Diese Versuchsanordnung ist ein Massenspektrometer. Sie dient zur Bestimmung von Massen. Unter gekreuzten Feldern versteht man ein elektrisches und ein magnetisches Feld im rechten Winkel zueinander. Diese gekreuzten Felder befinden sich zwischen den Kondensatorplatten. Sie dienen als Geschwindigkeitsfilter: Nur Teilchen mit einer bestimmten Geschwindigkeit können diesen Bereich wie eingezeichnet geradlinig durchqueren.

c) Alle Ionen, die wie eingezeichnet den Kondensator geradlinig durchqueren, haben dieselbe Geschwindigkeit. Sie unterscheiden sich in ihrer Masse, wodurch unterschiedliche Kreisbahnen im unteren Bereich zustande kommen.

d) Damit die Ionen den Geschwindigkeitsfilter geradlinig durchqueren, müssen in diesem Bereich Lorentzkraft und elektrische Feldkraft gleich groß (und entgegengesetzt gerichtet) sein:

$$F_L = F_{el} \iff qvB = qE \iff v = \frac{E}{B}.$$

Mit dieser Geschwindigkeit treten die Ionen in das untere Magnetfeld ein. Die Lorentzkraft zwingt sie dann auf eine Kreisbahn: Die Lorentzkraft ist die Zentripetalkraft dieser Kreisbewegung. Daher:

$$F_L = F_z \iff qvB = m \frac{v^2}{r} \iff m = \frac{qrB}{v}.$$

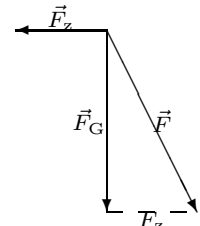
Mit der oben bestimmten Geschwindigkeit  $v = \frac{E}{B}$  ergibt sich insgesamt die Formel

$$m = \frac{q \frac{d}{2} B}{\frac{E}{B}} = \frac{q d B^2}{2E}.$$

Mit den gegebenen Daten erhält man als Masse (bei  $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

$$m = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 0,06^2 \text{ T}^2}{2 \cdot 548 \frac{\text{V}}{\text{m}}} = 31,53 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

- 2) a) Für eine Kurvenfahrt benötigt der Motorradfahrer eine zum Kurvenzentrum gerichtete Zentripetalkraft. Diese erzeugt er aus der Gewichtskraft, indem er sich 'in die Kurve legt'. Die Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  wird durch die für die Kurvenfahrt notwendige Zentripetalkraft  $\vec{F}_z$  reduziert, die resultierende Kraft  $\vec{F} = \vec{F}_G - \vec{F}_z$  wirkt auf den Schwerpunkt in Richtung der vertikalen Motorradachse.



- b) Der gesuchte Winkel  $\alpha$  zwischen Motorradachse und der Vertikalen ist also der Winkel zwischen  $\vec{F}_G$  und  $\vec{F}$ :

$$\tan \alpha = \tan \angle(\vec{F}_G, \vec{F}) = \frac{F_z}{F_G} = \frac{m \frac{v^2}{r}}{mg} = \frac{v^2}{rg}.$$

Mit den gegebenen Daten erhält man

$$\tan \alpha = \frac{(120 \frac{\text{km}}{\text{h}})^2}{150 \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{120^2}{3,6^2 \cdot 150 \cdot 9,81} = 0,755$$

Als Winkel erhält man

$$\alpha = \arctan 0,755 = 37,1^\circ.$$

- c) Mit der Kraft  $\vec{F}$  wirkt das Motorrad auf den Boden. Diese Kraft zerlegt sich in eine vertikale Komponente, die Normalkraft  $F_N$ , und eine horizontale Komponente  $\vec{F}_h$ . Der Vergleich mit dem Diagramm in a) zeigt, dass  $\vec{F}_N = \vec{F}_G$  und  $\vec{F}_h = -\vec{F}_z$  ist. Die Horizontalkomponente versucht den Reifen des Motorrads nach rechts zu verschieben. Dem wirkt die Haftreibungskraft entgegen. Damit das Motorrad nicht wegrutscht, muss die maximale Haftreibungskraft  $\mu \cdot F_N = \mu \cdot F_G$  mindestens gleich der Horizontalkomponente  $F_h = F_z$  sein. Also

$$\mu F_G \geq F_z \iff \mu \geq \frac{F_z}{F_G} = \tan \alpha = 0,755.$$

Eine solche Haftreibung ist allenfalls für trockene, asphaltierte Straße erreichbar.

- 3) a) Der Mond Ganymed wird durch die Gravitationswirkung des Jupiter auf seiner Kreisbahn gehalten. Die Gravitationskraft  $F_{\text{Grav}}$  ist zugleich die Zentripetalkraft  $F_z$ . Also

$$F_{\text{Grav}} = F_z \iff G^* \frac{m_J m_{\text{Gan}}}{r^2} = m_{\text{Gan}} r \omega^2 = m_{\text{Gan}} r \frac{4\pi^2}{T^2} \iff m_J = \frac{4\pi^2 r^3}{G^* T^2}$$

Mit den angegebenen Daten  $r = 15r_J = 7,5 \cdot 142984 \text{ km}$ ,  $T = 7,15 \text{ d}$  erhält man

$$m_J = \frac{4\pi^2 \cdot (7,5 \cdot 142984 \text{ km})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \cdot (7,15 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s})^2} = 1912,67 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Dies ist annähernd der in der Tabelle angegebene Literaturwert.

b) Die Gravitationsbeschleunigung ist die durch die Gravitationskraft verursachte Beschleunigung, also

$$a_g = \frac{F_{\text{Grav}}}{m} = \frac{G^* m_J m}{mr^2} = \frac{G^* m_J}{r^2}$$

wobei hier  $r$  der Abstand der Masse  $m$  von der Masse  $m_J$ , also der Jupiterradius  $r_J = 71492 \text{ km}$ . Wir erhalten damit

$$a_g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \cdot 1912,67 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(71492 \text{ km})^2} = 24,96 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Dies ist das 2,5-fache der Fallbeschleunigung auf der Erdoberfläche.

c) Ein künstlicher Jupitersatellit in  $h = 5000 \text{ km}$  Höhe hat einen Bahnradius  $r = r_J + h = 76492 \text{ km}$ . Die für die Kreisbewegung notwendige Zentripetalkraft ist wieder die Gravitationskraft des Jupiter, also

$$\begin{aligned} F_{\text{Grav}} = F_z &\iff G^* \frac{m_J m_{\text{Sat}}}{r^2} = m_{\text{Sat}} r \frac{4\pi^2}{T^2} \iff T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G^* m_J} \\ &\iff T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (76492 \text{ km})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \cdot 1912,67 \cdot 10^{24} \text{ kg}}} = 11768 \text{ s}. \end{aligned}$$

Die Umlaufzeit beträgt also etwas mehr als 3 Stunden und 16 Minuten.