Studienkolleg an der RWTH Aachen

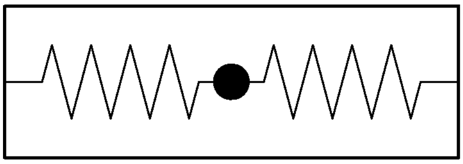
FT3 Physik (Kg) **2. Klausur** **2. November 2006**

Aufgabe 1:

a) Erläutern Sie die Grundzüge der Massenbestimmung von Himmelskörpern. Welche astronomischen Daten sind dafür erforderlich? Welches Problem ergibt sich für die Bestimmung der Mondmasse?

b) Bei der bemannten Mondexpedition Apollo 15 im Jahre 1971 kreiste die Raumkapsel in 104 km Höhe in 119 Minuten um den Mond. Bestimmen Sie die Mondmasse sowie die Fallbeschleunigung auf der Mondoberfläche. [Zur Kontrolle: $g_{\mathrm{Mond}} = 1{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.]

c) Ein Feder-Pendel (siehe Skizze) und ein Fadenpendel, die auf der Erde dieselbe



Schwingungsdauer T haben, werden mit auf die Mondexpedition genommen. Welche Schwingungsdauern haben die beiden Pendel in der Raumkapsel (siehe b) und nach der Landung auf der Mondoberfläche?

Lösung:

a) Viele Himmelskörper bewegen sich auf Kreisbahnen um einen Zentralkörper. Dafür ist eine Zentripetalkraft bzw. -beschleunigung notwendig. Diese wird durch die Gravitationswirkung des Zentralkörpers gegeben. Man erhält so eine Gleichheit zwischen Gravitationskraft und Zentripetalkraft. Die Masse des umlaufenden Körpers 'kürzt' sich heraus. Man erhält so eine Gleichung für die Masse des Zentralkörpers in Abhängigkeit von den Bahndaten (Radius, Umlaufzeit) des umlaufenden Satelliten.
Die Methode ist also nur auf solche Himmelskörper anwendbar, die einen umlaufenden Satelliten haben, dessen Bahndaten bekannt sind. Für den Mond ist dies zunächst nicht der Fall.

b) Mit den Daten der Apollo-Mission ist die Situation nun anders. Die Übereinstimmung von Gravitationsbeschleunigung und Radialbeschleunigung der Raumfähre ergibt:

$$G^* \frac{m_{\mathrm{M}}}{r^2} = r\omega^2 = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \iff m_{\mathrm{M}} = \frac{4\pi^2 r^3}{G^* T^2}\,.$$

In diesem Falle ist $r = r_{\mathrm{M}} + 104\,\mathrm{km} = 1738\,\mathrm{km} + 104\,\mathrm{km} = 1842\,\mathrm{km}$ und $T = 119 \cdot 60\,\mathrm{s} = 7140\,\mathrm{s}$. Dies ergibt

$$m_{\mathrm{M}} = \frac{4\pi^2 \cdot 1842^3 \cdot 10^9\,\mathrm{m}^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2} \cdot 7140^2\,\mathrm{s}^2} = 725{,}62 \cdot 10^{20}\,\mathrm{kg} = 7{,}26 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}\,.$$

Die Fallbeschleunigung an der Mondoberfläche ist dann

$$g_{\mathrm{M}} = G^* \cdot \frac{m_{\mathrm{M}}}{r_{\mathrm{M}}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2} \cdot \frac{7{,}26 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}}{1738^2 \cdot 10^6\,\mathrm{m}^2} = 1{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

c) Die Schwingungsdauer eines Federpendels berechnet sich als

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}\,,$$

– bitte wenden –

ist also nur von der Feder und der Masse, nicht aber von der Fallbeschleunigung abhängig. Dagegen ist die Schwingungsdauer eines Fadenpendels allein von der Länge l und der Fallbeschleunigung abhängig:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,.$$

Da T umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Fallbeschleunigung ist, erhält man

$$\frac{T_{\text{Mond}}}{T_{\text{Erde}}} = \sqrt{\frac{g}{g_{\text{Mond}}}} = \sqrt{\frac{9{,}81}{1{,}6}} = 2{,}47\,.$$

Aufgabe 2:

Ein U-Rohr ist mit einer Flüssigkeit gefüllt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird durch Hineinblasen die Oberfläche auf einer Seite aus der Ruhelage gebracht.

a) Erläutern Sie, warum sich eine Schwingung ergibt. Zeigen Sie, dass diese Schwingung unter geeigneten Bedingungen harmonisch ist, und bestimmen Sie für diesen Fall den Proportionalitätsfaktor k zwischen Beschleunigung und Elongation. [Kontrollergebnis: $k = \frac{2A\rho g}{m}$.]

b) Bestimmen Sie daraus die Schwingungsdauer. Wie ändert sich die Schwingungsdauer, wenn man den Durchmesser des U-Rohres halbiert, alle anderen Größen aber beibehält?

c) Das U-Rohr habe den Durchmesser $d = 4\,\text{cm}$ und sei mit einem viertel Liter der Flüssigkeit gefüllt. Mit welcher Frequenz schwingt die Flüssigkeitssäule?

d) Wieviel Zeit ist nach dem Hineinblasen (dem Start der Schwingung) vergangen, wenn die kinetische Energie erstmals genau ein Viertel der Gesamtenergie dieses Schwingungssystems beträgt?

Lösung:

a) Wenn die Flüssigkeit auf einer Seite unter die Ruhelage gedrückt wird (Elongation s), wird sie auf der anderen Seite über die Ruhelage gedrückt, so dass auf dieser Seite die Flüssigkeit um die Höhe $2s$ über dem Niveau der anderen Seite steht. Das Gewicht dieser Flüssigkeitssäule wirkt als Rückstellkraft. Diese beträgt $F_G = 2sA\rho g$ bei konstanter Querschnittsfläche A und Dichte ρ. Die dadurch erzeugte Beschleunigung ist (betraglich)

$$a = \frac{2sA\rho g}{m} = \frac{2A\rho g}{m}\cdot s\,.$$

Damit ist a proportional zu s (bei konstantem Querschnitt A) und es liegt eine harmonische Schwingung vor mit dem angegebenen Proportionalitätsfaktor.

b) Für die Schwingung gilt

$$\omega^2 = k \iff \frac{4\pi^2}{T^2} = k \iff T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2A\rho g}}\,.$$

Es folgt

$$T \sim \frac{1}{\sqrt{A}} \sim \frac{1}{\sqrt{d^2}} \sim \frac{1}{d}\,.$$

Die Schwingungsdauer ist also umgekehrt proportional zum Durchmesser d (bei ansonsten unveränderten Größen, insbesondere unveränderter Masse!). Damit verdoppelt sich

– bitte wenden –

die Schwingungsdauer bei halbem Durchmesser.
c) Wir berechnen

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{V\rho}{2\pi\frac{d^2}{4}\rho g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2V}{\pi d^2 g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}25\,\mathrm{dm}^3}{\pi(0{,}4\,\mathrm{dm})^2\cdot 9{,}81\cdot 10\,\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{s}^2}}} = 0{,}63\,\mathrm{s}$$

Die Frequenz beträgt also

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}63\,\mathrm{s}} = 1{,}58\,\mathrm{Hz}\,.$$

d) Es ist $W = \frac{1}{2}mv^2$ und $v = \hat{v}\sin\omega t$. Die Gesamtenergie ist die maximale kinetische Energie $W = \frac{1}{2}m\hat{v}^2$. Also ist gefragt nach der kleinsten positiven Lösung t der folgenden Gleichung:

$$\frac{1}{4} = \frac{v^2}{\hat{v}^2} = \sin^2\omega t \iff \sin\omega t = \frac{1}{2} \iff \omega t = \frac{\pi}{6} \iff t = \frac{T}{12}\,.$$

Aufgabe 3:

a) Erläutern Sie den Aufbau und die Funktion eines Geschwindigkeitsfilters für elektrisch geladene atomare Teilchen.
Skizzieren Sie den Aufbau eines Massenspektrometers und erläutern Sie seine Funktionsweise. Welche Bedeutung hat der dabei benötigte Geschwindigkeitsfilter?
b) Der Kondensator des Geschwindigkeitsfilters hat einen Plattenabstand von 4 cm und seine Spannung beträgt $U = 4800\,\mathrm{V}$. Welche Flussdichte muss das Magnetfeld haben, damit nur Ionen mit der Geschwindigkeit $v = 240\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$ den Filter geradlinig durchqueren können?
Welchen ungefähren Bahnverlauf nehmen Ionen mit kleinerer Geschwindigkeit? Wovon hängt die Richtung dieser Bahnen ab?
c) Erläutern Sie die Bahnkurve eines Ions nach Verlassen des Geschwindigkeitsfilters und begründen Sie, wieso man aus dem Auftreffpunkt der Ionen und ihrer Ladung auf ihre Masse schließen kann. Ermitteln Sie eine Formel dafür. Für Neon-Ionen der Ladung $+e$ ergeben sich im Massenspektrum zwei Linien, eine bei $d_1 = 19{,}9\,\mathrm{cm}$ und eine zweite bei $d_2 = 21\,\mathrm{cm}$ Abstand von der Austrittsöffnung des Geschwindigkeitsfilters. Bestimmen Sie die Massen der beiden Neon-Isotope.

Lösung:

a) Ein Geschwindigkeitsfilter besteht aus dem homogenen elektrischen Feld eines Kondensators und einem dazu senkrechten homogenen Magnetfeld (gekreuzte Felder). Dabei ist das Magnetfeld so orientiert, dass Ladungen, die senkrecht zu beiden Feldern in den Filter eintreten, eine Lorentzkraft entgegengesetzt zur elektrischen Feldkraft erfahren. Elektrische Ladungen können solche gekreuzten Felder nur dann geradlinig gleichförmig durchqueren, wenn sie eine bestimmte (nur von den Feldstärken abhängige) Anfangsgeschwindigkeit haben. Dies ist die Funktion des Geschwindigkeitsfilters: Man kann die Geschwindigkeit der Teilchen, die den Filter geradlinig durchqueren, bestimmen ohne Kenntnis von Masse und Ladung!

Skizze siehe Skript

– bitte wenden –

Ein Massenspektrograph besteht aus einem Geschwindigkeitsfilter, an den sich ein Magnetfeld anschließt. Teilchen, die den Filter geradlinig durchquert haben, treten mit einer bekannten Geschwindigkeit rechtwinklig in das Magnetfeld ein und durchlaufen eine Kreisbahn. Aus dessen Radius kann man (bei bekannter Geschwindigkeit!) die Masse bestimmen.
b) Die auf die Ionen wirkenden Kräfte müssen (betraglich) gleich sein:

$$F_{\mathrm{el}} = F_{\mathrm{L}} \iff qE = qvB \iff v = \frac{E}{B} = \frac{U/d}{B} = \frac{U}{dB}\,.$$

Dies ergibt für die konkreten Werte

$$v = \frac{4800\,\mathrm{V}}{0{,}04\,\mathrm{m}\cdot 0{,}5\,\mathrm{T}} = 240\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\,.$$

Wenn die Geschwindigkeit eines Ions zu klein ist, ist die Lorentzkraft *kleiner* als die Feldkraft des elektrischen Feldes. Ein positives Ion wird also zur negativen Platte hin abgelenkt, während ein negatives Ion zur positiven Platte fliegt.
c) Die Lorentzkraft wirkt immer im rechten Winkel zur Bewegungsrichtung der Ionen und zwingt diese auf eine Kreisbahn. Die Lorentzkraft ist also die Zentripetalkraft der hier dargestellten Kreisbewegung:

$$F_{\mathrm{L}} = F_{\mathrm{z}} \iff evB = ma_z = m\cdot\frac{v^2}{r} \iff m = \frac{eB}{v}\cdot r\,.$$

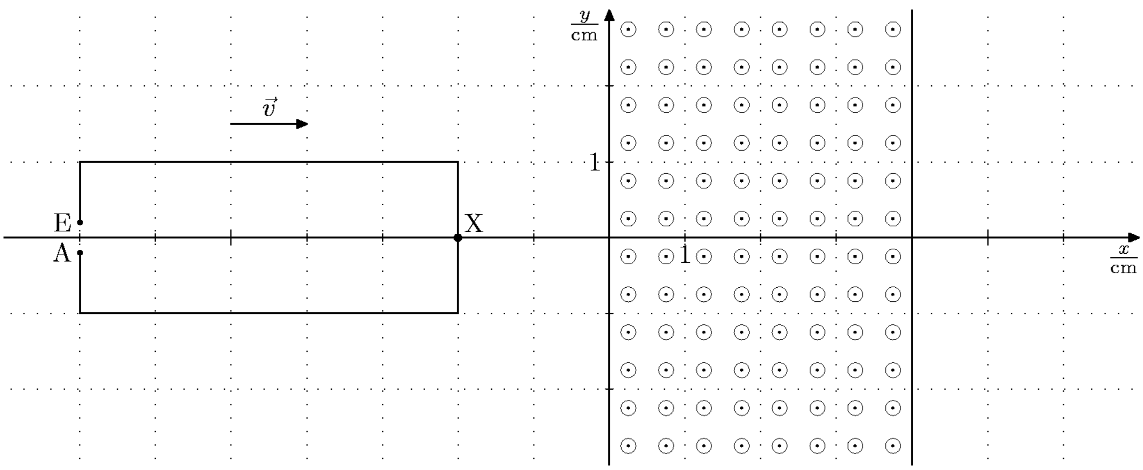
Dies ergibt für $r_1 = 9{,}95\,\mathrm{cm}$ die Masse

$$m_1 = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot 0{,}5\,\mathrm{T}}{240\cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\cdot 0{,}0995\,\mathrm{m} = 3{,}317\cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}$$

und wegen der Proportionalität $m \sim r \sim a$ für m_2 dann

$$m_2 = m_1\cdot\frac{21}{19{,}9} = 3{,}5\cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}\,.$$

Aufgabe 4:
Eine rechteckige Leiterschleife der Breite $a = 2\,\mathrm{cm}$ und Länge $l = 5\,\mathrm{cm}$ wird mit konstanter Geschwindigkeit v bewegt. Sie durchquert ein zwischen $x = 0$ und $x = 4\,\mathrm{cm}$ scharf begrenztes Magnetfeld der Flussdichte $B = 0{,}12\,\mathrm{T}$ (siehe Skizze).



– bitte wenden –

a) Erläutern Sie die zu beobachtenden Phänomene.
b) Für welche Positionen von X ist der magnetische Fluss durch die Leiterschleife ungleich 0? (Geben Sie jeweils die x-Koordinate von X an.) Für welche Positionen von X ist der Fluss (betraglich) maximal? Wie groß ist dieser Maximalwert des magnetischen Flusses?
c) Für welche Positionen von X ist die Spannung U_{AE} ungleich 0? Welches Vorzeichen hat die Spannung U_{AE}, wenn sich der Punkt X bei $x = 1\,\text{cm}$ befindet? Begründen Sie ihre Antwort sorgfältig.
d) Man misst als Maximalwert von $U_{AE} = 12\,\mu\text{V}$. Wie groß ist die Geschwindigkeit v?

Lösung:
a) Wenn die Leiterschleife in das Magnetfeld eintritt, wird eine Spannung zwischen A und E induziert. Wenn die Leiterschleife das Feld wieder verlässt, wird ebenfalls eine Spannung induziert (allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen). Genaueres siehe c).
b) Bei $x = 0$ beträgt der Fluss 0 und beginnt (betraglich) zu wachsen. Wenn $x = 4\,\text{cm}$ ist, ist der Fluss maximal, nämlich $\Phi = Ba \cdot 4\,\text{cm} = 0{,}96\,\text{T}\,\text{cm}^2$. Dieser Maximalwert wird beibehalten bis das hintere Ende der Spule bei 0 ebenfalls das Magnetfeld erreicht. X befindet sich dann bei $x = 5\,\text{cm}$. Danach sinkt der Fluss wieder, bis er bei $x = 9\,\text{cm}$ auch das hintere Ende der Leiterschleife wieder das Feld verlässt und $\Phi = 0$ ist. Also:

$$\Phi \neq 0 \iff 0 < x < 9\ , \quad \Phi = \hat{\Phi} \iff 4 \leq \text{x} \leq 5\,.$$

c) Die Spannung U_{AE} ist ungleich 0 in den Bereichen, in denen Φ sich ändert, also für $0 \leq x \leq 4$ und $5 \leq x \leq 9$.
Wenn $x = 1\,\text{cm}$ ist, bewegt sich die Schleife in das Feld hinein und der Fluss ändert sich. Der Induktionsstrom in der Schleife muss nach der Lenzschen Regel so orientiert sein, dass sein Magnetfeld dem Anwachsen des Fluss entgegengesetzt wirkt. Das Magnetfeld der Leiterschleife muss also das äußere Feld abschwächen und daher in die Zeichenebene hinein orientiert sein. Nach der Rechte-Hand-Regel muss daher der Induktionsstrom gegen den Uhrzeigersein fließen, so dass sich die positiven Ladungen bei A sammeln: $U_{AE} < 0$.
d) Nach dem Induktionsgesetz gilt (betraglich) $U_{AE} = \dot{\Phi}$. Für den Fluss gilt im Bereich $0 < x < 4$ bei Geschwindigkeit v:

$$\Phi = Bax = Bavt \implies \dot{\Phi} = Bav = 12\,\mu\text{V} \iff v = \frac{12\,\mu\text{V}}{0{,}12\,\text{T} \cdot 0{,}02\,\text{m}} = 5\,\frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Viel Erfolg!

Daten:	Elementarladung:	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$,
	Gravitationskonstante:	$G^* = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg}\,\text{s}^2}$,
	Monddurchmesser:	$d_\text{M} = 3476\,\text{km}$,

Aufgabe 5:

Bei der Belagerung einer mittelalterlichen Burg setzen die Angreifer Kanonen ein. Die Geschütze stehen in ebenem Gelände; die Entfernung zur Burgmauer beträgt 35 m.
a) Bei den ersten Schüssen unter einem Abschusswinkel von 30^0 schlagen die Kanonenkugeln genau am Fuße der Burgmauer ein. Wie groß ist die Abschussgeschwindigkeit der Kanonenkugeln? [Zur Kontrolle: 19,9 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.]
b) Die Abschussrichtung der Geschütze wird nun auf 45^0 erhöht. In welcher Höhe und unter welchem Winkel trifft eine Kanonenkugel nun auf die Burgmauer?

a) Die Bewegungsgesetze des Wurfes lauten (beim Koordinatenursprung im Abschusspunkt)

$$x = v_{0x} \cdot t\,, \quad y = v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} t^2\,.$$

Daraus ergibt sich die Gleichung für die Bahnkurve

$$y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \cdot x - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_{0x}^2}\,.$$

Mit dem Abschusswinkel α gilt $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$ und damit

$$y = \tan\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2\,.$$

Bei $\alpha = 30^0$ erreicht die Kugel die Wurfweite $w = 35\,\mathrm{m}$, also erfüllt der Punkt $(w, 0)$ die Bahngleichung:

$$\begin{aligned} 0 &= \tan\alpha \cdot w - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot w^2 \\ \iff v_0^2 &= \frac{gw^2}{2\cos^2\alpha \tan\alpha \cdot w} = \frac{gw}{2\cos\alpha \sin\alpha} \\ \iff v_0 &= \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 35}{2 \sin 30^0 \cos 30^0}}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 19{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

b) Bei dieser Abschussgeschwindigkeit und dem Winkel $\alpha = 45^0$ gilt für die Flugzeit bis zur Mauer:

$$w = v_{0x} t \iff t = \frac{w}{v_0 \cos\alpha} = \frac{35\,\mathrm{m}}{19{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \cos 45^0} = 2{,}49\,\mathrm{s}\,.$$

Für die Höhe h des Aufschlags auf die Mauer gilt dann

$$h = y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 = 19{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 45^0 \cdot 2{,}49\,\mathrm{s} - \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2} \cdot 2{,}49^2\,\mathrm{s}^2 = 4{,}69\,\mathrm{m}\,.$$

Den Aufschlagwinkel bestimmt man mit dem momentanen Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$. Die Komponenten sind

$$v_x = v_{0x}\,, \quad v_y = v_{0y} - gt$$

– bitte wenden –

mit

$$v_{0y} = v_{0x} = v_0 \cos 45^0 = 19{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 14{,}08\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

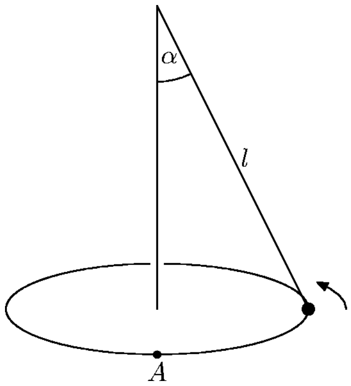
Der Winkel γ mit der Horizontalen bestimmt sich daher aus

$$\tan\gamma = \frac{v_y}{v_x} = 1 - \frac{9{,}81 \cdot 2{,}49}{14{,}08} = -\,0{,}73 \iff \gamma = -\,36{,}21^0\,.$$

Die Kugel befindet sich beim Aufschlag in einer Abwärtsbewegung und trifft mit dem Winkel $53{,}79^0$ zur Vertikalen auf die Mauer auf.

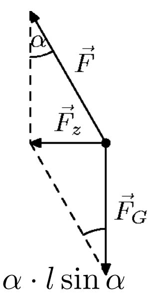
Aufgabe 6:

Eine Stahlkugel von $m = 200\,\mathrm{g}$ Masse ist an einer $l = 1{,}1\,\mathrm{m}$ langen Schnur befestigt und bewegt sich mit konstanter Bahngeschwindigkeit auf einem horizontalen Kreis. α ist der Winkel zwischen der Schnur und der Vertikalen (siehe Skizze). Die Schnur hat eine Reißfestigkeit von $F = 15\,\mathrm{N}$, d. h. bei einer höheren Kraftbelastung reißt die Schnur.



a) Zeichnen Sie in obige Skizze die auf die Kugel wirkenden Kräfte und die Belastung des Fadens ein. Welche Beziehungen zwischen den Kräften und dem Winkel α ergeben sich daraus?
b) Wie groß sind bei einem Winkel $\alpha = 40^0$ Bahngeschwindigkeit und Umlaufdauer?
c) Mit welcher Kraft F wird bei diesem Winkel der Faden belastet? Wie groß ist die Zentripetalkraft F_z?
d) Bei welchem Winkel reißt die Schnur? Wie groß sind in dem Moment die Frequenz und Bahngeschwindigkeit?
e) Die Schnur reißt in dem Moment, in dem die Kugel sich an Position A befindet. Welcher Art ist die nachfolgende Bewegung? Skizzieren Sie grob die Bahn, die die Kugel anschließend nimmt.

a) Aufgrund nebenstehender Skizze gilt



$$\frac{F_z}{F_G} = \tan\alpha\,, \quad \frac{F_z}{F} = \sin\alpha\,, \quad \frac{F_G}{F} = \cos\alpha\,.$$

b) Der Bahnradius der Kugel ist $r = l\sin\alpha$.
Aus $F_z = F_G \cdot \tan\alpha$ erhält man dann

$$mg\tan\alpha = F_z = m\frac{v^2}{r} \iff g\tan\alpha = \frac{v^2}{l\sin\alpha} \iff v^2 = g\tan\alpha \cdot l\sin\alpha$$

$$\iff v = \sqrt{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \tan 40^0 \cdot 1{,}1\,\mathrm{m} \cdot \sin 40^0} = 2{,}41\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

– bitte wenden –

Die Umlaufzeit ergibt sich aus

$$v = \frac{2\pi r}{T} \iff T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 1{,}1\,\mathrm{m} \cdot \sin 40^0}{2{,}41\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 1{,}84\,\mathrm{s}\,.$$

c) Aus a) erhält man

$$F = \frac{F_G}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\cos 40^0} = 2{,}56\,\mathrm{N}\,,$$
$$F_z = F_G \tan\alpha = mg\tan\alpha = 0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \tan 40^0 = 1{,}65\,\mathrm{N}\,.$$

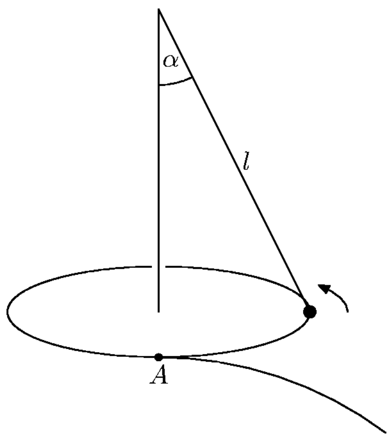
Alternative Berechnungsmöglichkeit mit dem Satz des Pythagoras: $F^2 = F_z^2 + F_G^2$.
d) Die Schnur reißt, wenn F die Reißfestigkeit 15 N erreicht hat:

$$15\,\mathrm{N} = F = \frac{F_G}{\cos\alpha} \iff \cos\alpha = \frac{mg}{15\,\mathrm{N}} = \frac{0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{15\,\mathrm{N}} = 0{,}13$$
$$\iff \alpha = \arccos 0{,}13 = 82{,}48^0\,.$$

Die Frequenz ergibt sich dann aus

$$\frac{F_z}{F} = \sin\alpha \iff mr\omega^2 = 15\,\mathrm{N} \cdot \sin\alpha \iff f^2 = \frac{15\,\mathrm{N} \cdot \sin\alpha}{4\pi^2 ml\sin\alpha} = \frac{15\,\mathrm{N}}{4\pi^2 ml}$$
$$\iff f = \sqrt{\frac{15\,\mathrm{N}}{4\pi^2 \cdot 0{,}2\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}1\,\mathrm{m}}} = 1{,}31\,\mathrm{Hz}\,.$$

e) Die Kugel bewegt sich nach rechts in einem waagerechten Wurf (mit der Bahngeschwindigkeit als Anfangsgeschwindigkeit).



Aufgabe 7:

Ein Elektron befindet sich in einem homogenen

A) elektrischen Feld B) magnetischen Feld

Dabei ist der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_0$ zum Zeitpunkt $t = 0$

α) parallel zum Feld β) senkrecht zum Feld

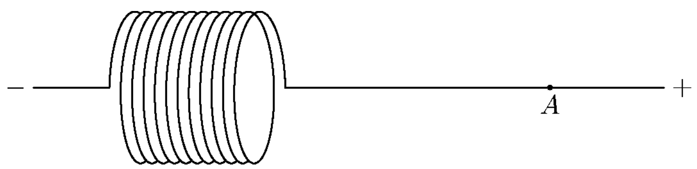
gerichtet. Beantworten Sie die folgenden Fragen für alle 4 Kombinationsmöglichkeiten Aα – Aβ – Bα – Bβ:
a) Welcher Art ist die Bewegung des Elektrons? Welche Form hat seine Bahn?
b) Was gilt im Sonderfall $v_0 = 0$?
c) Wie weit und in welche Richtung hat sich ein zum Zeitpunkt $t = 0$ ruhendes Elektron nach $t = 1\,\mu$s bewegt (bei $E = 10\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ bzw. $B = 10\,\mathrm{mT}$)?

a) Aα: Das Elektron wird gegen die Feldrichtung konstant beschleunigt; die Bahn ist geradlinig parallel zu den Feldlinien.
Aβ: Die Bewegung ist eine waagerechte Wurfbewegung (Überlagerung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung aus der Ruhe mit einer gleichförmigen Bewegung senkrecht zur Beschleunigungsrichtung); die Bahnkurve ist eine Parabel mit Scheitel im Startpunkt.
Bα: Die Bewegung ist eine gleichförmige Bewegung; das Elektron bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit.
Bβ: Das Elektron bewegt sich mit konstanter Bahngeschwindigkeit; die Bahnkurve ist ein Kreis.
b) Im Falle $v_0 = 0$ fallen die Fälle α und β zusammen.
A: Das Elektron wird aus der Ruhe gleichmäßig beschleunigt; die Bahn ist geradlinig (Analogon des freien Falls).
B: Das Elektron bleibt in Ruhe und bewegt sich nicht.
c) Im Falle B bewegt sich das Elektron nicht (unabhängig von B).
Im Falle A gilt

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{Ee}{m_e}t^2 = \frac{10\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}} \cdot 10^{-12}\,\mathrm{s}^2 = 0{,}88\,\mathrm{m}\,.$$

Aufgabe 8:

a) Mit welcher Größe gibt man die Stärke eines magnetischen Feldes an? Wie ist sie definiert? Erläutern Sie die Analogie und Unterschiede zur Definition der elektrischen Feldstärke.
b) Markieren Sie in der nachfolgenden Skizze den Verlauf der magnetischen Feldlinien im Bereich der stromdurchflossenen Spule sowie die Pole des dadurch entstandenen Elektromagneten.
Zeichnen Sie ebenfalls den Verlauf der magnetischen Feldlinien in der Nähe der Stelle A ein.



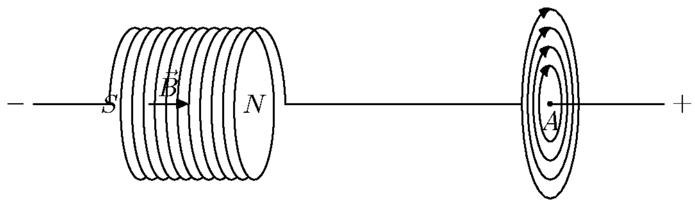
– bitte wenden –

c) Eine schlanke Spule habe $n = 2000$ Windungen und die Länge $l = 25\,\text{cm}$. Bestimmen Sie die magnetische Flussdichte in ihrem Innern, wenn sie von einem Strom der Stärke $I = 10\,\text{A}$ durchflossen wird. Was geschieht, wenn man einen ferromagnetischen Stoff in die Spule einführt?
d) Welche Kraft erfährt in diesem Magnetfeld ein stromdurchflossener Leiter ($I_1 = 2\,\text{A}$) der Länge $l_1 = 4\,\text{cm}$, wenn er mit dem magnetischen Feld einen Winkel von 30^0 bildet?

a) Die magnetische Flussdichte B ist ein Maß für die Stärke eines magnetischen Feldes. Man definiert B über die Kraftwirkung des Magnetfeldes auf einen vom Strom I durchflossenen Leiter der Länge l:

$$B = \frac{F}{Il}\,.$$

Dabei verlaufe der Leiter senkrecht zum Magnetfeld und die Kraft wirkt im rechten Winkel zu beiden.
Dabei ist die Richtung des Feldes $\vec{B}$ definiert als die Richtung der Kraft auf den magnetischen Nordpol einer Kompassnadel.
Wie beim elektrischen Feld wird die Stärke des magnetischen Feldes über die *Kraftwirkung* des Feldes definiert. Da es keine magnetischen Monopole gibt, benutzt man als ‘Probemagnet’ einen stromdurchflossenen Leiter senkrecht zum Magnetfeld. Anders als beim elektrischen Feld, haben Kraftwirkung und Feld *unterschiedliche* Richtungen, genauer: sie sind orthogonal zueinander.
b) Nach der Rechte-Hand-Regel (gekrümmte Finger der rechten Hand in Stromrichtung der Spule, Daumen in Richtung des magnetischen Feldes) erhält man die Polung der Spule. Für den geradlinigen Leiter bei A verlaufen die magnetischen Feldlinien in konzentrischen Kreisen um den Leiter, die Orientierung wird wiederum durch eine Rechte-Hand-Regel gegeben: Weist der Daumen in Richtung des Stromes, so geben die gekrümmten Finger die Richtung der kreisförmigen magnetischen Feldlinien an.



c) Das von einer stromdurchflossenen Spule erzeugte Magnetfeld im Innern wird durch die magnetische Feldgleichung gegeben:

$$B = \mu_0 \frac{nI}{l} = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Tm}}{\text{A}} \cdot \frac{10\,\text{A} \cdot 2000}{0{,}25\,\text{m}} \approx 0{,}1\,\text{T}\,.$$

Durch einen ferromagnetischen Kern wird die Flussdichte um den Faktor μ_r (Permeabilitätszahl) erhöht.
d) Die Kraft auf den Leiter beträgt

$$F = BI_1 l_1 \sin\alpha = 0{,}1\,\text{T} \cdot 2\,\text{A} \cdot 0{,}04\,\text{m} \cdot \sin 30^0 = 4\,\text{mN}\,.$$

Viel Erfolg!

Daten:
$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}\,,$$
$$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}\,,$$
$$\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\,\tfrac{\text{Tm}}{\text{A}}\,.$$