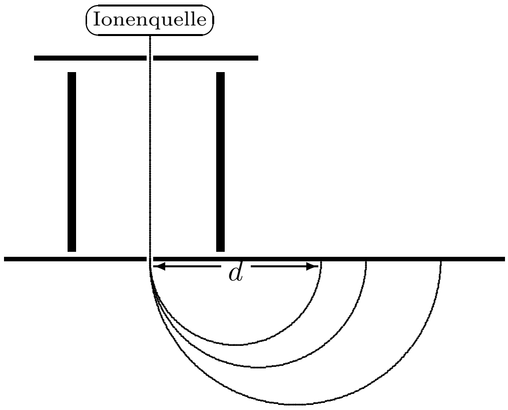
Studienkolleg an der RWTH Aachen

FT3 Physik (Kg) **2. Klausur** **2. November 2007**

Aufgabe 1:

Die Skizze zeigt die Bahnen von einfach *negativ* ionisierten Atomen (etwa Cl^-), die von einer Ionenquelle abgeschossen werden.



a) Welche Felder müssen wirksam sein, damit sich die gezeichneten Bahnen ergeben können? Skizzieren Sie in der vorgegebenen Zeichnung die Art und die Richtung der Felder sowie die Bereiche, in denen sie wirken. Begründen Sie Ihre Antwort.
b) Wie nennt man diese Versuchsanordnung? Wozu dient sie? Was versteht man unter gekreuzten Feldern? Wo befinden sie sich und welche Funktion haben sie in dieser Anordnung?
c) Welche Eigenschaft haben alle Ionen gemeinsam, deren Bahnen hier eingezeichnet sind? Wodurch unterscheiden sie sich?
d) In obiger Versuchsanordnung betragen die Feldstärken $E = 548\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$, $B = 0{,}06\,\mathrm{T}$ und für eine der Bahnen ist $d = 6\,\mathrm{cm}$. Bestimmen Sie die Masse der auf dieser Bahn fliegenden Ionen. Leiten Sie eine Formel her, mit deren Hilfe man die Masse m allein aus den genannten Größen E, B und d sowie der Ladung $q = e$ ermitteln kann.

Aufgabe 2:

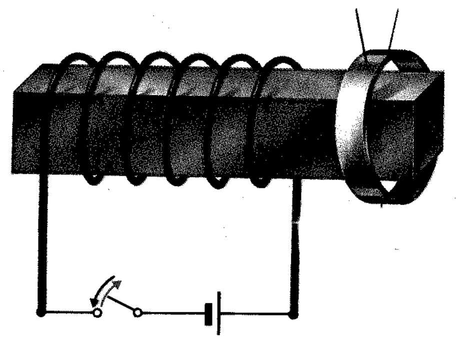
Bei der Belagerung einer mittelalterlichen Burg setzen die Angreifer Kanonen ein. Die Geschütze stehen in ebenem Gelände; die Entfernung zur Burgmauer beträgt 35 m.
a) Bei den ersten Schüssen unter einem Abschusswinkel von 30^0 schlagen die Kanonenkugeln genau am Fuße der Burgmauer ein. Wie groß ist die Abschussgeschwindigkeit der Kanonenkugeln? [Zur Kontrolle: $19{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.]
b) Die Abschussrichtung der Geschütze wird nun auf 45^0 erhöht. In welcher Höhe und unter welchem Winkel trifft eine Kanonenkugel nun auf die Burgmauer?

Aufgabe 3:

Eine Schraubenfeder dehnt sich unter der Last eines angehängten Gewichtsstücks um $s_1 = 4\,\text{cm}$. Sie dehnen die Feder um weitere $s_2 = 2\,\text{cm}$ nach unten und lassen los.
a) Wann nennt man eine Schwingung harmonisch? Warum liegt in diesem Falle eine harmonische Schwingung vor? Geben Sie andere Beispiele für harmonische Schwingungen an.
b) Wie groß ist die Schwingungsdauer T? [Zur Kontrolle: $T = 0{,}4\,\text{s}$.]
Wie groß ist die Geschwindigkeit des Gewichtsstückes beim Durchgang durch die Ruhelage?
c) Beschreiben Sie den Bewegungszustand des Gewichtes zum Zeitpunkt $t = 1{,}5\,\text{s}$ *nach dem Loslassen* (!) (Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Richtung der Bewegung).
d) Welche Auswirkung hat eine anfängliche Dehnung von 3 cm statt 2 cm auf die in b) berechneten Größen?

Aufgabe 4:

a) Was versteht man unter elektromagnetischer Induktion? Beschreiben Sie Vorgänge, bei denen man diese beobachten kann. Nennen Sie verschiedene Beispiele für die Anwendung der elektromagnetischen Induktion.
b) Wie lautet das allgemeine Induktionsgesetz? Erklären Sie die darin auftretenden physikalischen Größen. Was besagt die Lenzsche Regel?
c) Ein Aluminiumring ist vertikal an einem Faden aufgehängt. Ein Stabmagnet bewegt sich auf den Ring zu und anschließend wieder zurück. Beschreiben und erklären Sie, was geschieht.
d) Nun hängt der Aluminiumring über dem Eisenkern einer Spule (siehe Skizze). Beschreiben Sie genau was geschieht, wenn man den Strom in der Spule ein- bzw. ausschaltet, und begründen Sie Ihre Antwort.

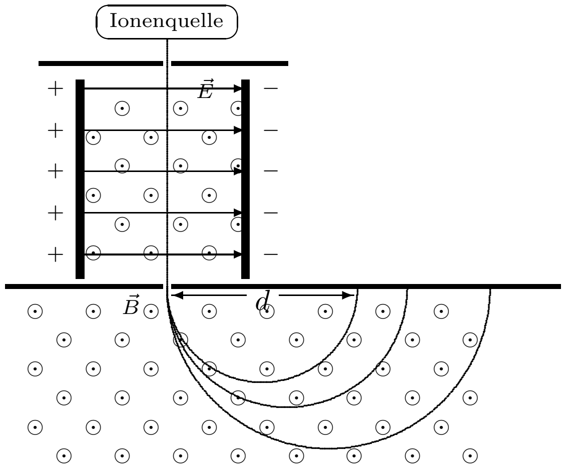


Viel Erfolg!

Daten: Elementarladung $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$.

2. Klausur — Lösungen

1) a) Folgende Felder ermöglichen Bahnen der eingezeichneten Art.



Damit die negativ geladenen Ionen im unteren Magnetfeld nach rechts abgelenkt werden, muss das Magnetfeld – wie eingezeichnet – senkrecht zur Zeichenebene dem Betrachter entgegen laufen (Rechte-Hand-Regel: Daumen entgegengesetzt der Bewegungsrichtung der *negativen* Ionen nach oben, Zeigefinger in Richtung des Magnetfeldes dem Betrachter entgegen, Lorentzkraft in Richtung des Mittelfingers nach rechts). Zwischen den Kondensatorplatten muss die (nach rechts wirkende) Lorentzkraft durch die Feldkraft des elektrischen Feldes ausgeglichen werden, diese muss also nach links wirken. Da die Ionen negativ geladen sind, muss links der Plus-, rechts der Minuspol des Kondensators liegen.
b) Diese Versuchsanordnung ist ein Massenspektrometer. Sie dient zur Bestimmung von Massen. Unter gekreuzten Feldern versteht man ein elektrisches und ein magnetisches Feld im rechten Winkel zueinander. Diese gekreuzten Felder befinden sich zwischen den Kondensatorplatten. Sie dienen als Geschwindigkeitsfilter: Nur Teilchen mit einer bestimmten Geschwindigkeit können diesen Bereich wie eingezeichnet geradlinig durchqueren.
c) Alle Ionen, die wie eingezeichnet den Kondensator geradlinig durchqueren, haben dieselbe Geschwindigkeit. Sie unterscheiden sich in ihrer Masse, wodurch unterschiedliche Kreisbahnen im unteren Bereich zustande kommen.
d) Damit die Ionen den Geschwindigkeitsfilter geradlinig durchqueren, müssen in diesem Bereich Lorentzkraft und elektrische Feldkraft gleich groß (und entgegengesetzt gerichtet) sein:

$$F_\mathrm{L} = F_\mathrm{el} \iff qvB = qE \iff v = \frac{E}{B}\,.$$

Mit dieser Geschwindigkeit treten die Ionen in das untere Magnetfeld ein. Die Lorentzkraft zwingt sie dann auf eine Kreisbahn: Die Lorentzkraft ist die Zentripetalkraft dieser Kreisbewegung. Daher:

$$F_\mathrm{L} = F_\mathrm{z} \iff qvB = m\frac{v^2}{r} \iff m = \frac{qrB}{v}\,.$$

Mit der oben bestimmten Geschwindigkeit $v = \frac{E}{B}$ ergibt sich insgesamt die Formel

$$m = \frac{q\frac{d}{2}B}{\frac{E}{B}} = \frac{qdB^2}{2E}\,.$$

Mit den gegebenen Daten erhält man als Masse (bei $q = e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$)

$$m = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 6 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot 0{,}06^2\,\mathrm{T}^2}{2 \cdot 548\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}} = 31{,}53 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$$

2) a) Die Bewegungsgesetze des Wurfes lauten (beim Koordinatenursprung im Abschusspunkt)

$$x = v_{0x} \cdot t\,, \quad y = v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} t^2\,.$$

Daraus ergibt sich die Gleichung für die Bahnkurve

$$y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \cdot x - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_{0x}^2}\,.$$

Mit dem Abschusswinkel α gilt $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$ und damit

$$y = \tan\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2\,.$$

Bei $\alpha = 30^0$ erreicht die Kugel die Wurfweite $w = 35\,\mathrm{m}$, also erfüllt der Punkt $(w, 0)$ die Bahngleichung:

$$\begin{aligned} 0 &= \tan\alpha \cdot w - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot w^2 \\ \Longleftrightarrow\quad v_0^2 &= \frac{gw^2}{2\cos^2\alpha \tan\alpha \cdot w} = \frac{gw}{2\cos\alpha \sin\alpha} \\ \Longleftrightarrow\quad v_0 &= \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 35}{2\sin 30^0 \cos 30^0}}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 19{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

b) Bei dieser Abschussgeschwindigkeit und dem Winkel $\alpha = 45^0$ gilt für die Flugzeit bis zur Mauer:

$$w = v_{0x} t \iff t = \frac{w}{v_0 \cos\alpha} = \frac{35\,\mathrm{m}}{19{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \cos 45^0} = 2{,}49\,\mathrm{s}\,.$$

Für die Höhe h des Aufschlags auf die Mauer gilt dann

$$h = y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 = 19{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 45^0 \cdot 2{,}49\,\mathrm{s} - \frac{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2} \cdot 2{,}49^2\,\mathrm{s}^2 = 4{,}69\,\mathrm{m}\,.$$

Den Aufschlagwinkel bestimmt man mit dem momentanen Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$. Die Komponenten sind

$$v_x = v_{0x}\,, \quad v_y = v_{0y} - gt$$

mit

$$v_{0y} = v_{0x} = v_0 \cos 45^0 = 19{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 14{,}08\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

Der Winkel γ mit der Horizontalen bestimmt sich daher aus

$$\tan\gamma = \frac{v_y}{v_x} = 1 - \frac{9{,}81 \cdot 2{,}49}{14{,}08} = -\,0{,}73 \iff \gamma = -\,36{,}21^0\,.$$

Die Kugel befindet sich beim Aufschlag in einer Abwärtsbewegung und trifft mit dem Winkel $53{,}79^0$ zur Vertikalen auf die Mauer auf.

3) a) Eine Schwingung ist harmonisch, wenn die Rückstellkraft proportional ist zur Elongation, oder gleichwertig, wenn die Beschleunigung ein negatives Vielfaches der Elongation ist: $a = -ks$. Hier liegt eine harmonische Schwingung vor, da nach dem Hooke'schen Gesetz die Federkraft proportional ist zur Auslenkung: $F = -Ds$. Andere harmonische Schwingungen

sind die Projektion einer gleichmäßigen Kreisbewegung, das Fadenpendel (bei kleiner Amplitude) oder eine Flüssigkeitssäule in einem U-Rohr.
b) Es gilt

$$\omega^2 = k = \frac{D}{m} \iff T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}\,.$$

Wir müssen D bestimmen. Hierfür gilt

$$D = \frac{F}{s} = \frac{F_G}{s_1} = \frac{mg}{s_1}\,,$$

wobei s_1 die durch das Gewicht verursachte Verlängerung $s_1 = 4\,\mathrm{cm}$ ist. Also

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/s_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{s_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}04\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 0{,}4\,\mathrm{s}\,.$$

Für die Geschwindigkeit im Nulldurchgang gilt

$$\hat{v} = \hat{s}\omega = \hat{s}\cdot\frac{2\pi}{T} = 2\,\mathrm{cm}\cdot\frac{2\pi}{0{,}4\,\mathrm{s}} = 31{,}32\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\,.$$

c) Beim Loslassen befindet sich der Körper im unteren Umkehrpunkt, nach $\frac{T}{4} = 0{,}1\,\mathrm{s}$ in der Ruhelage in Bewegung nach oben. Nach weiteren $1{,}4\,\mathrm{s} = 3{,}5\cdot T$ befindet sich der Körper am gleichen Ort (Ruhelage), aber in der Bewegung nach unten mit der maximalen Geschwindigkeit $\hat{v}$ und bei Beschleunigung $a = 0$.
d) T, f und ω ändern sich nicht und die Maximalgeschwindigkeit $\hat{v} = \hat{s}\cdot\omega$ ist daher proportional zu $\hat{s}$, wächst also um 50%.

4) a) Darunter versteht man das Phänomen, dass an den Enden einer Spule eine Spannung induziert wird, wenn sich der magnetische Fluss durch die Spule ändert.
Beispiele: Bewegung einer Spule in ein Magnetfeld hinein oder aus ihm heraus, Drehung einer Spule in einem homogenen Magnetfeld, Änderung des Stromflusses in einer Primärspule und Induktion einer Spannung in einer Sekundärspule.
Anwendung: Generator zur Stromerzeugung, Transformator zur Spannungsänderung von Wechselströmen
b) Die induzierte Spannung ist proportional zur Windungszahl n und zur Änderungsrate $\dot{\Phi}$ des magnetischen Flusses: $U_{\text{ind}} = -n\dot{\Phi}$. Dabei ist der magnetische Fluss eines Magnetfeldes durch eine Fläche A (mit Orientierung durch einen Normalenvektor $\vec{n}$) definiert als $\Phi = BA\cos\angle(\vec{B},\vec{n})$. Die Lenzsche Regel besagt, dass die Wirkung der Induktion ihrer Ursache entgegengerichtet ist.
c) Nähert sich der Stabmagnet an, so entfernt sich der Aluminiumring, da in ihm ein Induktionsstrom und damit ein Magnetfeld induziert wird, das gemäß der Lenzschen Regel der Annäherung des Stabmagneten entgegenwirkt. Dadurch entfernt sich der Ring vom Magneten. Beim umgekehrten Vorgang ist die Wirkung umgekehrt, der Ring folgt dem Magneten.

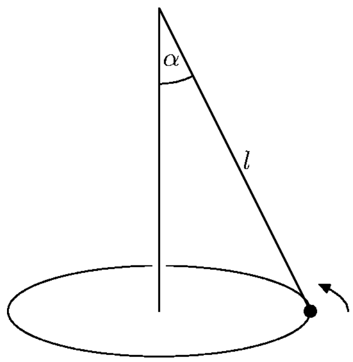
d) Beim Einschalten des Stromes bewegt sich der Ring nach rechts, da in ihm durch die Änderung des magnetischen Flusses ein Induktionsstrom und ein Magnetfeld induziert wird, das der Ursache entgegenwirkt, also das Anwachsen des Magnetfeldes verzögert. Das induzierte Magnetfeld ist also dem Feld des Elektromagneten entgegengerichtet; es kommt zu einer Abstoßung, die den Ring nach rechts bewegt. Beim Ausschalten ergibt sich genau umgekehrt eine Bewegung nach links.

Studienkolleg an der RWTH Aachen

FT3 Physik (Kg) **1. Klausur** **31. August 2007**

Aufgabe 1:

Eine Stahlkugel von $m = 250\,\mathrm{g}$ Masse ist an einer $l = 1\,\mathrm{m}$ langen Schnur befestigt und bewegt sich mit konstanter Bahngeschwindigkeit auf einem horizontalen Kreis. α ist der Winkel zwischen der Schnur und der Vertikalen (siehe Skizze). Die Schnur hat eine Reißfestigkeit von $F = 12\,\mathrm{N}$, d. h. bei einer höheren Kraftbelastung reißt die Schnur.



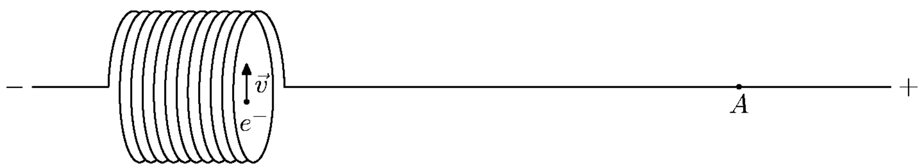
a) Zeichnen Sie in obige Skizze die auf die Kugel wirkenden Kräfte und die Belastung des Fadens ein. Welche Beziehungen zwischen den Kräften und dem Winkel α ergeben sich daraus?
b) Wie groß sind bei einem Winkel $\alpha = 30^0$ Bahngeschwindigkeit und Umlaufdauer?
c) Mit welcher Kraft F wird bei diesem Winkel der Faden belastet? Wie groß ist die Zentripetalkraft F_z?
d) Bei welchem Winkel reißt die Schnur? Wie groß sind in dem Moment Frequenz und Bahngeschwindigkeit?

Aufgabe 2:

Einer der vier von Galilei 1610 entdeckten Monde des Planeten Jupiter ist *Kallisto.* Er umkreist den Jupiter in 16,69 Tagen und ist 26,34 Jupiterradien vom Zentrum des Jupiter entfernt.
a) Bestimmen Sie die Zentripetalbeschleunigung des Kallisto und erläutern Sie, wie man daraus die Jupitermasse bestimmen kann. Zeigen Sie, dass die Jupitermasse $19 \cdot 10^{26}\,\mathrm{kg}$ beträgt.
b) Welche Umlaufzeit hat ein künstlicher Jupitersatellit in 5000 km Höhe über der Jupiteroberfläche?
c) Wie groß ist die Gravitationsbeschleunigung an der Jupiteroberfläche? Wie lange dauert auf der Jupiteroberfläche der Fall einer kleinen Bleikugel aus 10 m Höhe? Vergleichen Sie mit den Verhältnissen auf der Erde.

Aufgabe 3:

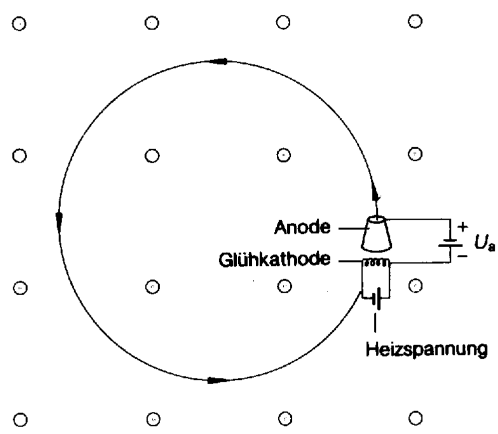
a) Mit welcher Größe beschreibt man die Stärke eines magnetischen Feldes? Geben Sie ihre Definition (Richtung und Betrag) an. Erläutern Sie die Analogie und Unterschiede zur Definition der elektrischen Feldstärke.
b) Markieren Sie in der nachfolgenden Skizze den Verlauf der magnetischen Feldlinien im Bereich der stromdurchflossenen Spule sowie die Pole des dadurch entstandenen Elektromagneten. Zeichnen Sie ebenfalls Verlauf und Richtung der magnetischen Feldlinien in der Nähe der Stelle A ein.



– bitte wenden –

c) Die Spule habe 2000 Windungen und die Länge 25 cm. Bestimmen Sie die magnetische Flussdichte in ihrem Innern, wenn sie von einem Strom der Stärke 10 A durchflossen wird. Was geschieht, wenn man einen ferromagnetischen Stoff in die Spule einführt?
d) An der markierten Stelle in der Spule bewegt sich ein Elektron in der eingezeichneten Richtung mit der Geschwindigkeit $v = 100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$. Zeichnen Sie die Richtung der auf das Elektron an dieser Stelle wirkenden Kraft ein. Wie groß ist diese Kraft und welche Beschleunigung erfährt das Elektron dadurch? Welchen Einfluss hat diese Beschleunigung auf die Geschwindigkeit v?

Aufgabe 4:
Im Fadenstrahlrohr (siehe Skizze) werden Glühelektronen durch die Spannung $U_a = 180\,\mathrm{V}$ auf die Geschwindigkeit v beschleunigt. Mit dieser Geschwindigkeit treten die Elektronen senkrecht in ein homogenes Magnetfeld der Flussdichte $B = 13{,}6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$ ein.



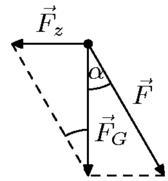
a) Welche Geschwindigkeit v haben die Elektronen hinter der Anode?
b) Welche Kraft zwingt die Elektronen auf die eingezeichnete Bahn? Unter welchen Bedingungen tritt diese Kraft auf? Wie bestimmt man ihre Stärke und Richtung?
Das Magnetfeld verläuft senkrecht zur Zeichenebene. Welche Orientierung muss das Magnetfeld haben, damit die Elektronen sich wie eingezeichnet bewegen?
c) Bestimmen Sie den Radius r der Bahn.
d) Um welche Faktoren ändern sich v und r, wenn man U_a vervierfacht und B verdreifacht?

Viel Erfolg!

Daten:	Gravitationskonstante	$G^* = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$,
	Elementarladung	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$,
	Masse des Elektrons	$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$,
	magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{Tm}}{\mathrm{A}}$.
	Durchmesser des Jupiter	$d_\mathrm{J} = 142984\,\mathrm{km}$.

1. Klausur — Lösungen

1) a) Aufgrund nebenstehender Skizze gilt



$$\frac{F_z}{F_G} = \tan\alpha\,, \quad \frac{F_z}{F} = \sin\alpha\,, \quad \frac{F_G}{F} = \cos\alpha\,.$$

b) Der Bahnradius der Kugel ist $r = l\sin\alpha$.
Aus $F_z = F_G \cdot \tan\alpha$ erhält man dann

$$mg\tan\alpha = F_z = m\frac{v^2}{r} \iff g\tan\alpha = \frac{v^2}{l\sin\alpha} \iff v^2 = g\tan\alpha\cdot l\sin\alpha$$
$$\iff v = \sqrt{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\tan 30^0\cdot 1\,\mathrm{m}\cdot\sin 30^0} = 1{,}68\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

Die Umlaufzeit ergibt sich aus

$$v = \frac{2\pi r}{T} \iff T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\cdot 1\,\mathrm{m}\cdot\sin 30^0}{1{,}68\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 1{,}87\,\mathrm{s}\,.$$

c) Aus a) erhält man

$$F = \frac{F_G}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{0{,}25\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\cos 30^0} = 2{,}83\,\mathrm{N}\,,$$
$$F_z = F_G\tan\alpha = mg\tan\alpha = 0{,}25\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\tan 30^0 = 1{,}42\,\mathrm{N}\,.$$

Alternative Berechnungsmöglichkeit mit dem Satz des Pythagoras: $F^2 = F_z^2 + F_G^2$.
d) Die Schnur reißt, wenn F die Reißfestigkeit 12 N erreicht hat:

$$12\,\mathrm{N} = F = \frac{F_G}{\cos\alpha} \iff \cos\alpha = \frac{mg}{12\,\mathrm{N}} = \frac{0{,}25\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{12\,\mathrm{N}} = 0{,}2$$
$$\iff \alpha = \arccos 0{,}2 = 78{,}21^0\,.$$

Die Frequenz ergibt sich dann aus

$$\frac{F_z}{F} = \sin\alpha \iff mr\omega^2 = 12\,\mathrm{N}\cdot\sin\alpha \iff f^2 = \frac{12\,\mathrm{N}\cdot\sin\alpha}{4\pi^2 ml\sin\alpha} = \frac{12\,\mathrm{N}}{4\pi^2 ml}$$
$$\iff f = \sqrt{\frac{12\,\mathrm{N}}{4\pi^2\cdot 0{,}25\,\mathrm{kg}\cdot 1\,\mathrm{m}}} = 1{,}1\,\mathrm{Hz}\,,$$

und die Bahngeschwindigkeit beträgt

$$v = r\omega = l\sin\alpha\cdot 2\pi f = 1\,\mathrm{m}\sin 78{,}21^0\cdot 2\pi\cdot 1{,}1\,\mathrm{Hz} = 6{,}78\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

2) a) Die Zentripetalbeschleunigung für den Kallisto-Mond beträgt

$$a_z = r\omega^2 = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\cdot\pi^2\cdot 26{,}34\cdot 71492\cdot 10^3\,\mathrm{m}}{(16{,}69\cdot 24\cdot 3600\,\mathrm{s})^2} = 3{,}58\cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

Die Ursache dieser Zentripetalbeschleunigung ist die Gravitationswirkung des Jupiter. Nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz gilt $a_g = G^* \cdot \frac{m_J}{r^2}$. Aus der Übereinstimmung $a_z = a_g$ erhält man die Masse des Jupiter:

$$\frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} = G^* \cdot \frac{m_J}{r^2} \iff m_J = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G^* \cdot T^2} = 190{,}07 \cdot 10^{25}\,\mathrm{kg}\,.$$

Dies ist näherungsweise der angegebene Wert.
b) Für den Jupitersatelliten muss die Radialbeschleunigung gleich der Gravitationsbeschleunigung in 5000 km Höhe sein. Der Abstand r zum Jupiterzentrum beträgt $r = r_J + 5000\,\mathrm{km} = 76492\,\mathrm{km}$. Damit erhält man

$$\begin{aligned} a_z = a_g &\iff \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} = G^* \cdot \frac{m_J}{r^2} \\ &\iff T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G^* m_J} = \frac{4\pi^2 \cdot 76492^3 \cdot 10^9\,\mathrm{m}^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2} \cdot 190{,}07 \cdot 10^{25}\,\mathrm{kg}} \\ &\iff T = \sqrt{139369761{,}05}\,\mathrm{s} = 11805{,}5\,\mathrm{s}\,. \end{aligned}$$

Dies sind etwa 3 Stunden und 17 Minuten.
c) Mit der nun bekannten Masse erhält man an der Jupiteroberfläche die Fallbeschleunigung

$$a_g = G^* \cdot \frac{m_J}{r_J^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2} \cdot \frac{190{,}07 \cdot 10^{25}\,\mathrm{kg}}{71492000^2\,\mathrm{m}^2} = 24{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Die Bewegung der Bleikugel ist gleichmäßig beschleunigt mit der soeben bestimmten Fallbeschleunigung $a_g = 24{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Die Bewegungsgleichung ist daher $s = \frac{1}{2}a_g t^2$ und bei $s = 10\,\mathrm{m}$ ergibt sich die Fallzeit auf dem Jupiter

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a_g}} = \sqrt{\frac{20\,\mathrm{m}}{24{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 0{,}9\,\mathrm{s}\,.$$

Die Fallbeschleunigung an der Jupiteroberfläche ist etwa das $\frac{24{,}8}{9{,}81} = 2{,}5$-fache der Fallbeschleunigung auf der Erde. Da die Fallzeit umgekehrt proportional ist zur Wurzel aus der Fallbeschleunigung gilt für das Verhältnis der Fallzeiten

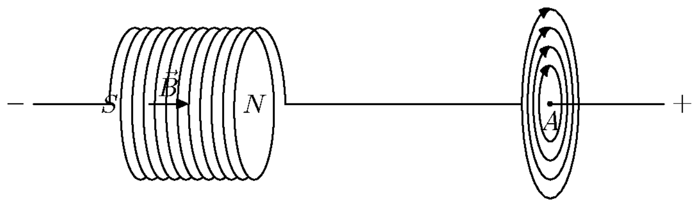
$$\frac{t_J}{t_E} = \sqrt{\frac{9{,}81}{24{,}8}} \approx 0{,}63\,.$$

3) a) Die magnetische Flussdichte B ist ein Maß für die Stärke eines magnetischen Feldes. Man definiert B über die Kraftwirkung des Magnetfeldes auf einen vom Strom I durchflossenen Leiter der Länge l:

$$B = \frac{F}{Il}\,.$$

Dabei verlaufe der Leiter senkrecht zum Magnetfeld und die Kraft wirkt im rechten Winkel zu beiden.
Die Richtung des Feldes $\vec{B}$ ist definiert als die Richtung der Kraft auf den magnetischen Nordpol einer Kompassnadel.
Wie beim elektrischen Feld wird die Stärke des magnetischen Feldes über die *Kraftwirkung* des Feldes definiert. Da es keine magnetischen Monopole gibt, benutzt man als 'Probemagnet' einen stromdurchflossenen Leiter senkrecht zum Magnetfeld. Anders als beim elektrischen Feld, haben Kraftwirkung und Feld *unterschiedliche* Richtungen, genauer: sie sind orthogonal zueinander.

b) Nach der Rechte-Hand-Regel (gekrümmte Finger der rechten Hand in Stromrichtung der Spule, Daumen in Richtung des magnetischen Feldes) erhält man die Polung der Spule. Für den geradlinigen Leiter bei A verlaufen die magnetischen Feldlinien in konzentrischen Kreisen um den Leiter, die Orientierung wird wiederum durch eine Rechte-Hand-Regel gegeben: Weist der Daumen in Richtung des Stromes, so geben die gekrümmten Finger die Richtung der kreisförmigen magnetischen Feldlinien an.



c) Das von einer stromdurchflossenen Spule erzeugte Magnetfeld im Innern wird durch die magnetische Feldgleichung gegeben:

$$B = \mu_0 \frac{nI}{l} = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{Tm}}{\mathrm{A}} \cdot \frac{10\,\mathrm{A} \cdot 2000}{0{,}25\,\mathrm{m}} \approx 100{,}8\,\mathrm{mT}\,.$$

Durch einen ferromagnetischen Kern wird die Flussdichte um den Faktor μ_r (Permeabilitätszahl) erhöht.
d) Die Lorentzkraft auf das Elektron ist nach vorne gerichtet (auf den Betrachter zu), denn nach der Dreifingerregel gilt: Daumen der rechten Hand in Bewegungsrichtung eines *positiven* Teilchens nach *unten,* Zeigefinger in Richtung das Magnetfeldes nach rechts, Mittelfinger in Richtung der Kraft nach vorne). Da magnetisches Feld und Bewegungsrichtung senkrecht zueinander sind, beträgt die Lorentzkraft auf das Elektron

$$F_L = qvB = evB = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 100000\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 100{,}8\,\mathrm{mT} = 1{,}61 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}\,.$$

Dadurch erfährt das Elektron an dieser Stelle die Beschleunigung

$$a = \frac{F_L}{m_e} = \frac{evB}{m_e} = \frac{1{,}61 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}} = 1{,}77 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

Diese Beschleunigung ändert den Betrag der Geschwindigkeit nicht, nur die Richtung wird beeinflusst.

4) a) Die Geschwindigkeit v ergibt sich aus dem Energievergleich:

$$eU_a = \frac{1}{2} m_e v^2 \iff v = \sqrt{\frac{2eU_a}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 180\,\mathrm{V}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 7956\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\,.$$

b) Die Ursache der Kreisbahn ist die Lorentzkraft. Sie wirkt auf bewegte Ladungen im Magnetfeld. Ihre Stärke ist $F_L = qvB \sin\alpha$, wenn q die Ladung, v die Geschwindigkeit, B die Flussdichte und α der Winkel zwischen $\vec{v}$ und $\vec{B}$ ist. Die Lorentzkraft wirkt senkrecht zu $\vec{v}$ und $\vec{B}$; die Orientierung von $\vec{F}_L$ wird durch die Dreifingerregel beschrieben: Weist der Daumen der rechten Hand in die Bewegungsrichtung der *positiven* Ladung, der Zeigefinger in Richtung des Feldes, so weist der abgespreizte Mittelfinger in Richtung der Kraft. Bei *negativen* Ladungen muss man den Daumen *entgegengesetzt* zur Bewegung ausrichten.
Vektoriell erfasst man dies mit Hilfe des Vektorproduktes: $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.
Nach der formulierten Dreifingerregel muss das Magnetfeld aus der Zeichenebene heraus (auf den Betrachter zu) gerichtet sein: Daumen entgegen der Bewegung des Elektrons nach unten, der abgespreizte Mittelfinger in Kraftrichtung nach links, der Zeigefinger ist dann

auf den Betrachter gerichtet.
c) Die Lorentzkraft bewirkt die Kreisbewegung, ist also gleich der Zentripetalkraft:

$$F_L = F_z \iff qvB = m_e \cdot \frac{v^2}{r} \iff r = \frac{m_e v}{eB}$$
$$\iff r = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 7955{,}92 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 13{,}6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}} = 3{,}33\,\mathrm{cm}\,.$$

d) Wegen $v^2 \sim U_a$ muss sich v verdoppeln, und wegen $r \sim \frac{v}{B}$ wird r mit dem Faktor $\frac{2}{3}$ multipliziert: $r = 2{,}22\,\mathrm{cm}$.