

Übungen (E5)

- 1) a) Welche Kraft erfährt die Ladung 10 nC bzw. -10 nC in einem Feld der Stärke $10\frac{\text{kN}}{\text{C}}$?
b) Welche Ladung erfährt dort die Kraft $10\mu\text{N}$?
- 2) Die Ladung $q_1 = 1,0\text{ nC}$ erfährt im Feld (1) die Kraft $F_1 = 0,10\text{ mN}$, die Ladung $q_2 = 3,0\text{ nC}$ im Feld (2) die Kraft $F_2 = 0,20\text{ mN}$.
 - a) Welches Feld ist stärker?
 - b) Wie groß sind die Kräfte, wenn man die Ladungen vertauscht?
 - c) In welchem Verhältnis stehen zwei Ladungen, die in Feld (1) und (2) gleich große Kräfte erfahren?
- 3) a) Welchen Ausschlag s erfährt ein Pendel der Masse $0,40\text{ g}$, das an einem Faden der Länge $l = 1,0\text{ m}$ hängt, die Ladung $q = 5,00\text{ nC}$ trägt und sich in einem horizontal verlaufenden Feld der Stärke $70\frac{\text{kN}}{\text{C}}$ befindet?
b) Bei welcher Ladung q schlägt ein Pendel doppelter Länge gleich weit aus?
- 4) Ein Pendel ($m = 0,5\text{ g}$, $l = 0,5\text{ m}$) schlägt horizontal gemessen 30 cm weit aus. Welche Ladung trägt es in einem Feld der Stärke $10\frac{\text{kN}}{\text{C}}$?
- 5) In einem Gewitter besteht zwischen Erdboden und Gewitterwolke ein vertikal nach unten verlaufendes elektrisches Feld der Stärke $3,2 \cdot 10^6\frac{\text{N}}{\text{C}}$. Ein Regentröpfchen von 1 mm Durchmesser sei negativ geladen. Wie viele Elektronen muss es an Überschuss tragen, damit es unter Einwirkung des Feldes schwebt?
- 6) Zwischen zwei Kondensatorplatten mit 2 cm Abstand liegt die Spannung 1 kV . Wie groß ist die Feldstärke E , wie groß die Kraft F auf eine Probeladung q von 10 nC ? Welche Arbeit W wird von den Feldkräften beim Transport von der einen zur anderen Platte verrichtet? Prüfen Sie die Spannungsangabe mit $U = \frac{W}{q}$ nach!
- 7) Eine Watteflocke hat die Masse $0,01\text{ g}$ und ist mit $0,1\text{ nC}$ geladen. Welche Arbeit verrichten Feldkräfte an ihr, wenn sie die Spannung $U = 100\text{ kV}$ durchläuft?

Übungen (E5) — Lösungen

1) a) Nach Definition der Feldstärke gilt

$$E = \frac{F}{q} \iff F = E \cdot q = 10 \frac{\text{kN}}{\text{C}} \cdot 10 \text{ nC} = 10 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 10 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 10^{-4} \text{ N}.$$

b) Wieder gehen wir von der Feldstärkedefinition aus und lösen diesmal nach der gesuchten Ladung auf:

$$E = \frac{F}{q} \iff q = \frac{F}{E} = \frac{10 \mu\text{N}}{10 \frac{\text{kN}}{\text{C}}} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ N}}{10 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}} = \frac{10^{-5}}{10^4} \text{ C} = 10^{-9} \text{ C}.$$

2) a) Wir berechnen die Feldstärken E_1 (für Feld (1)) und E_2 (für Feld (2)):

$$E_1 = \frac{F_1}{q_1} = \frac{0,1 \text{ mN}}{1,0 \text{ nC}} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{1,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}} = \frac{10^{-4} \text{ N}}{10^{-9} \text{ C}} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}},$$

$$E_2 = \frac{F_2}{q_2} = \frac{0,2 \text{ mN}}{3,0 \text{ nC}} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{3,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ N}}{3 \cdot 10^{-9} \text{ C}} \approx 0,67 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Alternativ ohne Rechnung: Im Vergleich zu Feld (1) wird in Feld (2) auf die dreifache Ladung nur die doppelte Kraft ausgeübt, also ist Feld (2) schwächer.

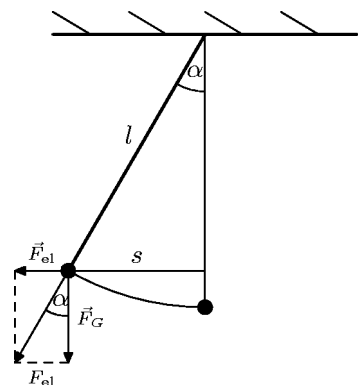
b) Bei vertauschten Ladungen ergibt sich:

$$\text{Feld (1): } F = E_1 \cdot q_2 = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 3 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ N},$$

$$\text{Feld (2): } F = E_2 \cdot q_1 = 0,667 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 10^{-9} \text{ C} = 0,667 \cdot 10^{-4} \text{ N}.$$

c) Wegen $E = \frac{F}{q}$ verhalten sich bei gleicher Kraft die Feldstärken umgekehrt wie die Ladungen. Da die Feldstärken $E_1:E_2$ im Verhältnis 3:2 stehen, müssen Ladungen, die in den Feldern gleiche Kräfte erfahren, im Verhältnis 2:3 stehen.

3) Auf den geladenen Pendelkörper wirkt die elektrische Feldkraft $F_{el} = E \cdot q$ in horizontaler Richtung. Zugleich wirkt die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$ in vertikaler Richtung. Die elektrische Feldkraft zieht das Pendel solange aus der Ruhelage, bis die Resultierende beider Kräfte genau die Richtung des Fadens hat: Dann wird nur noch der Faden und seine Aufhängung belastet, es findet keine weitere Bewegung statt. Das Pendel nimmt also die Position ein, bei der die beiden Winkel α in nebenstehender Skizze tatsächlich identisch sind. Für diesen Auslenkungswinkel α haben wir daher zwei Bedingungen:



$$\sin \alpha = \frac{s}{l} \quad \text{und} \quad \tan \alpha = \frac{F_{el}}{F_G}.$$

a) Mit der Fadenlänge $l = 1 \text{ m}$, der Ladung $q = 5 \text{ nC}$, der Feldstärke $E = 70 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$ und der Masse $m = 0,4 \text{ g}$ erhalten wir:

$$F_{\text{el}} = E \cdot q = 70 \frac{\text{kN}}{\text{C}} \cdot 5 \text{ nC} = 70 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 5 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 350 \cdot 10^{-6} \text{ N} = 0,35 \text{ mN},$$

$$F_{\text{G}} = m \cdot g = 0,4 \text{ g} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 0,4 \cdot 9,81 \cdot 10^{-3} \text{ N} \approx 3,92 \text{ mN}.$$

Aus beiden Kräften können wir nun den Winkel α ermitteln:

$$\tan \alpha = \frac{F_{\text{el}}}{F_{\text{G}}} = \frac{0,35}{3,924} \approx 0,089, \quad \alpha = \arctan 0,089 \approx 5,097^\circ.$$

Mit Hilfe des Winkels kann man nun aus der anderen Beziehung die horizontale Auslenkung s ermitteln:

$$\sin \alpha = \frac{s}{l} \iff s = l \cdot \sin \alpha = 1 \text{ m} \cdot \sin 5,097^\circ \approx 0,0888 \text{ m} = 8,884 \text{ cm}.$$

b) Eine Verdopplung der Länge des Pendels auf $l' = 2 \text{ m}$ führt zu einem Auslenkungswinkel α' mit

$$\sin \alpha' = \frac{s}{l'} = \frac{8,884 \text{ cm}}{200 \text{ cm}} \approx 0,044, \quad \alpha' = \arcsin 0,044 = 2,546^\circ.$$

Damit ändert sich die elektrische Feldkraft zu

$$F_{\text{el}} = F_{\text{G}} \cdot \tan \alpha' = 3,92 \text{ mN} \cdot \tan 2,55^\circ = 0,17 \text{ mN}.$$

Damit ermitteln wir nun die Ladung q' auf dem Pendel:

$$E = \frac{F_{\text{el}}}{q'} \iff q' = \frac{F_{\text{el}}}{E} = \frac{0,17 \text{ mN}}{70 \frac{\text{kN}}{\text{C}}} = \frac{0,17 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{70 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}} \approx 2,49 \text{ nC}.$$

1. Anmerkung: Zwischenergebnisse wurden nur gerundet angegeben, gerechnet wurde jedoch mit der vollen Genauigkeit des Taschenrechners.

2. Anmerkung: Es fällt bei b) auf, dass sich bei Verdopplung der Pendellänge der Winkel, sein Tangens- und Sinuswert sowie die Feldkraft halbieren. Dies gilt nur näherungsweise und nur bei kleinen Winkeln (etwa $\leq 5^\circ$). Ursache ist die folgende Tatsache:

$$\text{Für Winkel } \alpha \leq 5^\circ: \quad \tan \alpha \approx \sin \alpha.$$

Dies ergibt für kleine Winkel den folgenden vereinfachten Zusammenhang zwischen den obigen Größen:

$$\text{Für Auslenkungswinkel } \leq 5^\circ: \quad \frac{F_{\text{el}}}{F_{\text{G}}} \approx \frac{s}{l}.$$

4) In dieser Aufgabe können die soeben genannten Vereinfachungen *nicht* angewendet werden, da der Auslenkungswinkel nicht klein genug ist. Mit den Vorarbeiten der vorangehenden Aufgabe erhalten wir aus der angegebenen Masse $m = 0,5 \text{ g}$, der

Pendellänge $l = 0,5 \text{ m}$, der horizontalen Auslenkung $s = 30 \text{ cm}$ und der Feldstärke $E = 10 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$:

$$\sin \alpha = \frac{s}{l} = \frac{30 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = 0,6, \quad \alpha = \arcsin 0,6 \approx 36,87^\circ,$$

$$\begin{aligned} \tan \alpha = \frac{F_{el}}{F_G} = \frac{E \cdot q}{m \cdot g} &\iff q = \frac{m \cdot g}{E} \cdot \tan \alpha = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{10 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}} \cdot \tan 36,87^\circ \\ &= 0,5 \cdot 9,81 \cdot 10^{-7} \text{ C} \cdot 0,75 \approx 3,68 \cdot 10^{-7} \text{ C}. \end{aligned}$$

Beachten Sie den bei diesem Winkel großen Unterschied zwischen $\sin \alpha = 0,6$ und $\tan \alpha = 0,75$.

- 5) Da das Regentropfchen negativ geladen ist, ist die elektrische Feldkraft F_{el} dem Feld entgegengesetzt nach oben gerichtet. Dem wirkt die Gewichtskraft F_G entgegen. Der Tropfen schwebt, wenn beide Kräfte gleich groß sind:

$$\begin{aligned} F_{el} = F_G &\iff E \cdot q = m \cdot g = V \rho \cdot g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \cdot g \\ &\iff q = \frac{4 \cdot \pi \cdot (\frac{1}{2} \cdot 10^{-2} \text{ dm})^3 \cdot 1 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{3 \cdot 3,2 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}} = 1,61 \cdot 10^{-12} \text{ C}. \end{aligned}$$

Die Zahl der Elektronen, die diese Ladungsmenge ausmacht, ist

$$n = \frac{q}{e} = \frac{1,61 \cdot 10^{-12} \text{ C}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 10019710.$$

- 6) Es ist

$$E = \frac{U}{d} = \frac{1000 \text{ V}}{0,02 \text{ m}} = 50 \frac{\text{kV}}{\text{m}} = 50000 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Damit ergibt sich als Kraft auf 10 nC

$$F = E \cdot q = 50000 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 10 \text{ nC} = 0,5 \text{ mN}$$

und als Energie wird benötigt

$$W = F \cdot d = 0,5 \text{ mN} \cdot 0,02 \text{ m} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ J}.$$

In der Tat ergibt sich $U = \frac{W}{q} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ J}}{10 \cdot 10^{-9} \text{ C}} = 10^3 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \text{ kV}$.

- 7) Die Angabe der Masse ist überflüssig (sie wurde für eine nicht gestellte Teilaufgabe benötigt). Wir berechnen aus Spannung und Ladung die Energie

$$U = \frac{W}{q} \iff W = q \cdot U = 0,1 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot 100 \text{ kV} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ J}.$$