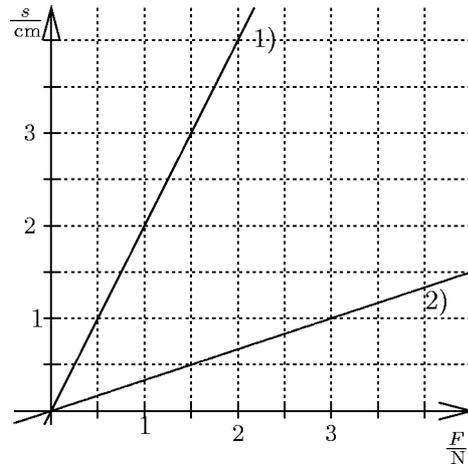


Übungen (M2)

- 1) Im nebenstehenden Diagramm ist die Verlängerung s zweier Federn in Abhängigkeit von der Zugkraft F dargestellt.
 - a) Warum ergeben sich Geraden?
 - b) Welche Feder ist härter?
 - c) Geben Sie die Definition der Federhärte und bestimmen Sie diese für beide Federn.
 - d) Zeichnen Sie in das Diagramm zusätzlich den Verlauf für eine Feder 3) mit der Härte $2 \frac{N}{cm}$ ein.



- 2) In drei Messreihen werden 2 Federn und ein Gummiband mit verschiedenen Massen m belastet und die Verlängerung s gemessen. Es ergeben sich folgende Daten:

Feder 1:

m/g	100	200	300	400
s/cm	5,1	10,1	15,2	20,0

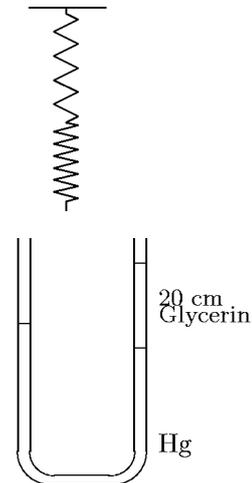
Feder 2:

m/g	100	200	300	400
s/cm	10,2	20,0	30,2	39,7

Gummiband:

m/g	50	100	150	200	250	300	350	400
s/cm	5,0	14,1	25,1	39,8	47,2	54,1	60,0	66,5

- a) Bestimmen Sie die Federhärten beider Federn.
- b) Stellen Sie die Verlängerung des Gummibandes in Abhängigkeit von der wirkenden Kraft graphisch dar. Gilt das Hookesche Gesetz auch für das Gummiband?
- 3) Zwei Federn der Federhärten $D_1 = 1,2 \frac{N}{cm}$ und $D_2 = 0,8 \frac{N}{cm}$ werden aneinandergehängt.
 - a) Begründen Sie, dass sich dieses System wie eine Feder verhält und dem Hookeschen Gesetz genügt.
 - b) Welche Federhärte hat diese kombinierte Feder?
- 4) a) Erläutern Sie die Ursachen und Gesetzmäßigkeiten des Schweredruckes in Flüssigkeiten und Gasen.
 - b) In einem beidseitig offenen U-Rohr befindet sich Quecksilber. Auf der einen Seite schüttet man Glycerin hinein. Wie groß ist der Höhenunterschied der Flüssigkeiten in den beiden Schenkeln bei 20 cm Höhe des Glycerins?
- 5) Eine Ballonhülle wiegt 4 cN und fasst 8 l Gas.
 - a) Wie groß ist der Auftrieb des gefüllten Ballons in Luft?
 - b) Wie groß sind Gesamtgewicht und Tragkraft bei einer Füllung mit Wasserstoff bzw. Helium?



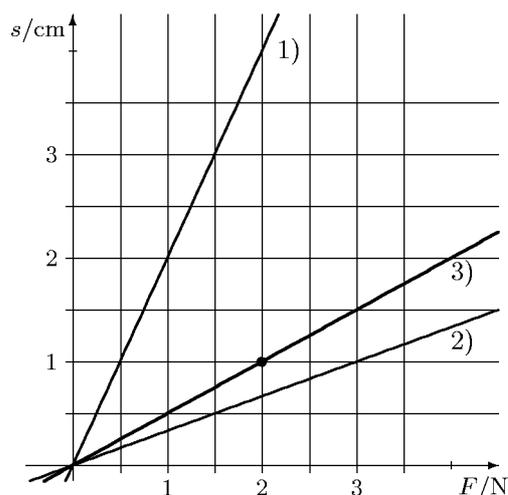
Dichte von Luft	$\rho = 1,3 \text{ g/l}$	Wasserstoff	$\rho = 0,09 \text{ g/l}$
Sauerstoff	$\rho = 1,4 \text{ g/l}$	Helium	$\rho = 0,18 \text{ g/l}$
Glycerin	$\rho = 1,3 \text{ g/cm}^3$	Quecksilber	$\rho = 13,55 \text{ g/cm}^3$

Übungen (M2) — Lösungen

- 1) a) Nach dem Hookeschen Gesetz sind Federkraft F und Verlängerung s proportional zueinander, also ist die graphische Darstellung der Relation zwischen diesen Größen eine Ursprungsgerade.
- b) Achtung: Es ist hier die Verlängerung s in Abhängigkeit von der Kraft F aufgetragen. So beträgt für Feder 1) bei der Zugkraft $F = 1,5 \text{ N}$ die Verlängerung 3 cm , während bei Feder 2) die Verlängerung bei gleicher Kraft nur $0,5 \text{ cm}$ beträgt: Feder 2) ist also härter als Feder 1).
- c) Die Federhärte ist das Verhältnis $D = \frac{F}{s}$ der Zugkraft F zur bewirkten Verlängerung s . Man erhält aus den soeben genannten Werten

$$D_1 = \frac{1,5 \text{ N}}{3 \text{ cm}} = 0,5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}, \quad D_2 = \frac{1,5 \text{ N}}{0,5 \text{ cm}} = 3 \frac{\text{N}}{\text{cm}}.$$

- d) Für eine Feder der Federhärte $D_3 = 2 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ beträgt bei einer Verlängerung von $s = 1 \text{ cm}$ die Zugkraft $F = 2 \text{ N}$. Man muss nun nur noch den Koordinatenursprung mit dem entsprechenden Punkt verbinden, um die Gerade für die dritte Feder zu erhalten:

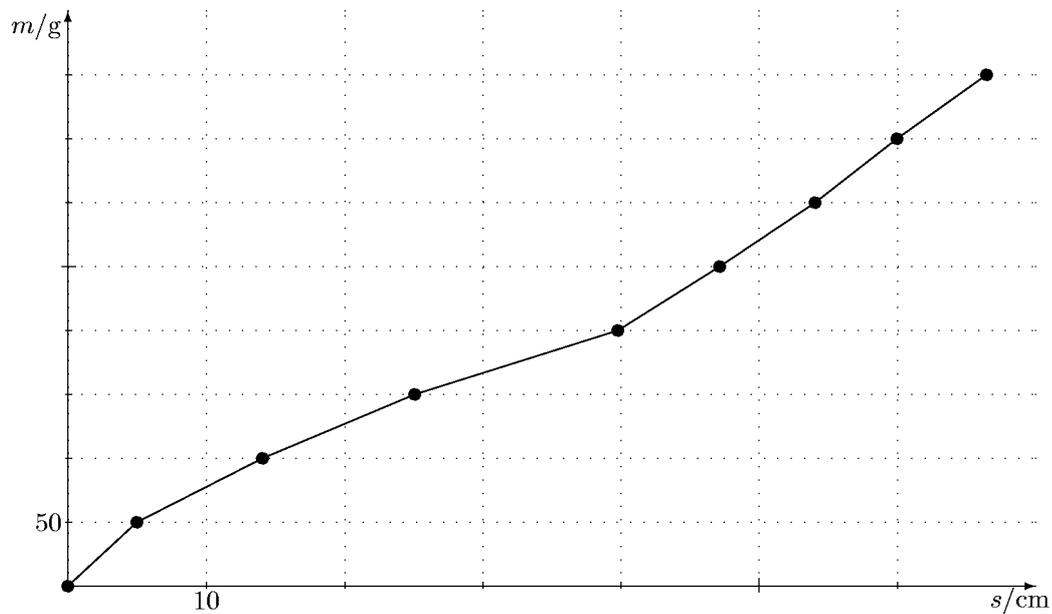


- 2) a) Wir berechnen für jede Messung das Verhältnis $D = \frac{F_G}{s} = \frac{mg}{s}$ von wirkender (Gewichts-)Kraft zur Verlängerung s und mitteln dann diese Werte für jede der beiden Federn:

Feder 1:					Feder 2:				
m/g	100	200	300	400	m/g	100	200	300	400
s/cm	5,1	10,1	15,2	20,0	s/cm	10,2	20,0	30,2	39,7
$\frac{F_G}{s} / \frac{\text{N}}{\text{cm}}$	0,192	0,194	0,194	0,196	$\frac{F_G}{s} / \frac{\text{N}}{\text{cm}}$	0,096	0,098	0,097	0,099

Wir erhalten als Mittelwerte $D_1 = 0,1941 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ und $D_2 = 0,0976 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$. (Beachten Sie: Für die Berechnung der Mittelwerte wurden nicht die gerundeten Zwischenergebnisse aus obiger Tabelle benutzt, sondern mit höherer Genauigkeit gerechnet.)

b) Stellt man für das Gummiband die Messreihe in einem m - s -Diagramm dar, so erhält man folgende Messpunkte und Kurve:



Die gleiche Kurve ergibt sich, wenn man statt der Masse m die Gewichtskraft $F_G = mg$ aufträgt. Da Gewicht und Masse proportional sind, ändert sich lediglich die Beschriftung der einen Achse. Die Kurve behält ihre Form, ist also keine Gerade, so dass für das Gummiband das Hooke'sche Gesetz nicht zutrifft.

3) a) Belastet man das kombinierte System mit einem Gewicht, so verlängert sich die untere Feder und entwickelt eine gleich große Gegenkraft. Diese Kraft wird nun auf die obere Feder übertragen, so dass auf diese dieselbe Kraft zusätzlich wirkt und sich auch die obere Feder (entsprechend ihrer Federhärte) verlängert. Beide Verlängerungen s_1 und s_2 sind proportional zur wirkenden Kraft F , also ist auch die Gesamtverlängerung $s = s_1 + s_2$ proportional zu F : Es gilt das Hooke'sche Gesetz.

b) Da sich die Verlängerungen addieren, addieren sich auch die Verhältnisse $\frac{s_i}{F} = \frac{1}{D_i}$ und ergeben für die kombinierte Feder

$$\frac{1}{D} = \frac{s}{F} = \frac{s_1}{F} + \frac{s_2}{F} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}.$$

Also addieren sich die Kehrwerte der Federhärten (die *Dehnbarkeit*) beider Federn zum Kehrwert der Federhärte der kombinierten Feder. Wir erhalten explizit

$$\frac{1}{D} = \left(\frac{1}{0,8} + \frac{1}{1,2} \right) \frac{\text{cm}}{\text{N}} = \frac{2}{0,96} \frac{\text{cm}}{\text{N}}, \quad D = 0,48 \frac{\text{N}}{\text{cm}}.$$

4) a) Der Schweredruck wird erzeugt durch die Gewichtskraft der über dem Messpunkt lastenden Flüssigkeits- oder Gassäule. Er ist an einer Stelle in jeder Richtung gleich groß und er nimmt mit der Tiefe zu:

$$p = h \cdot \rho_{F1} \cdot g,$$

wobei h die *Tiefe* unter der Flüssigkeitsoberfläche bezeichnet und ρ_{Fl} die *Dichte* der Flüssigkeit angibt.

b) Sei h der Höhenunterschied zwischen den Quecksilberoberflächen in den beiden Schenkeln des U-Rohrs. An der Grenzfläche zwischen Quecksilber und Glycerin herrscht im rechten Schenkel ein von dem Glycerin erzeugter Schweredruck von

$$p_{\text{rechts}} = p_r = 20 \text{ cm} \cdot \rho_{\text{Gl}} \cdot g.$$

Da in einer Flüssigkeit auf gleicher Höhe der Schweredruck unverändert ist, herrscht im linken Schenkel *auf gleicher Höhe* derselbe Druck: $p_l = p_r$. Der Druck links wird erzeugt von der darüber lastenden Quecksilbersäule der Höhe h , also:

$$p_r = p_l = h \cdot \rho_{\text{Hg}} \cdot g.$$

Man erhält

$$h = 20 \text{ cm} \cdot \frac{\rho_{\text{Gl}} \cdot g}{\rho_{\text{Hg}} \cdot g} = 20 \text{ cm} \cdot \frac{1,3}{13,55} \approx 1,9 \text{ cm}.$$

5) a) Der Auftrieb F_A ist das Gewicht der verdrängten Luft

$$F_A = V \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot g = 81 \cdot 1,3 \text{ g} \cdot 10 \text{ N/kg} = 0,104 \text{ N} = 10,4 \text{ cN}.$$

b) Gewicht des Wasserstoffs im Ballon:

$$F_{\text{H}_2} = 81 \cdot 0,09 \text{ g/l} \cdot 10 \text{ N/kg} = 0,0072 \text{ N} = 0,72 \text{ cN}.$$

Da Helium die doppelte Dichte hat, ist das Gewicht der Heliumfüllung $F_{\text{He}} = 1,44 \text{ cN}$. Damit beträgt das Gesamtgewicht des Ballons

$$F_G = \begin{cases} 4,72 \text{ cN} & \text{bei H}_2\text{-Füllung,} \\ 5,44 \text{ cN} & \text{bei He-Füllung.} \end{cases}$$

Die Tragkraft ist der Überschuss des Auftriebs gegenüber dem Gesamtgewicht, also

$$F_A - F_G = \begin{cases} (10,4 - 4,72) \text{ cN} = 6,40 \text{ cN} & \text{bei H}_2\text{-Füllung,} \\ (10,4 - 5,44) \text{ cN} = 5,68 \text{ cN} & \text{bei He-Füllung.} \end{cases}$$