Übungen (M6)

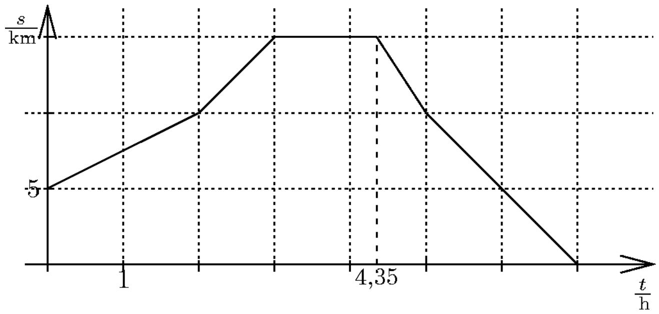
1) a) Ein Wagen durchfährt eine 1,6 km lange Strecke in 24 s. Wie groß ist seine Geschwindigkeit in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, $\frac{\text{m}}{\text{min}}$?
b) Wie groß sind die Geschwindigkeiten, mit denen der Mond um die Erde bzw. die Erde um die Sonne läuft? (Abstände Erde-Mond 384400 km, Erde-Sonne $149{,}6 \cdot 10^6$ km, Umlaufzeit des Mondes 27,32 Tage)

2) Eine Bewegung sei gleichförmig zwischen den folgenden Messpunkten:

$\frac{t}{\text{s}}$	0,0	1,5	4,5	6,0	9,0	10,5
$\frac{s}{\text{m}}$	4,0	5,0	6,0	6,0	3,0	0,0

a) Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Diagramm dieser Bewegung.
b) Zeichnen Sie das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm.

3) Das folgende Weg-Zeit-Diagramm beschreibt eine geradlinige Bewegung.



a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten in den einzelnen Abschnitten.
b) Zeichnen Sie das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm.

4) Ein Radfahrer fährt um 9 Uhr von A-Stadt zum 45 km entfernten B-Dorf. Er kommt dort um 12 Uhr an. Er macht eine Stunde Mittagspause und legt dann noch 30 km bis C-Stadt zurück, wo er um 15.30 Uhr eintrifft. [Auf jeder Strecke hält er eine konstante Geschwindigkeit ein.]
Um 10.30 Uhr folgt ihm ein PKW mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h.
Um 10 Uhr startet ein LKW in C-Stadt. Er fährt ohne Pause über B-Dorf nach A-Stadt. Seine Geschwindigkeit beträgt konstant 60 km/h.
a) Erstellen Sie in *einer* Skizze die Weg-Zeit-Diagramme des Radfahrers und der beiden Kraftfahrzeuge.
b) Bestimmen Sie die beiden Geschwindigkeiten des Radfahrers auf den Teilstrecken und die Weg-Zeit-Gesetze (s die Entfernung von A-Stadt, t die Zeit ab 9^{00} Uhr) für alle drei Fahrzeuge.
c) Bestimmen Sie nun
i) wann und wo der PKW den Radfahrer überholt,
ii) die Zeiten, zu denen der LKW B-Dorf passiert bzw. in A-Stadt ankommt, und
iii) Ort und Zeit des Treffpunkts von Radfahrer und entgegenkommendem LKW.

Übungen (M6) — Lösungen

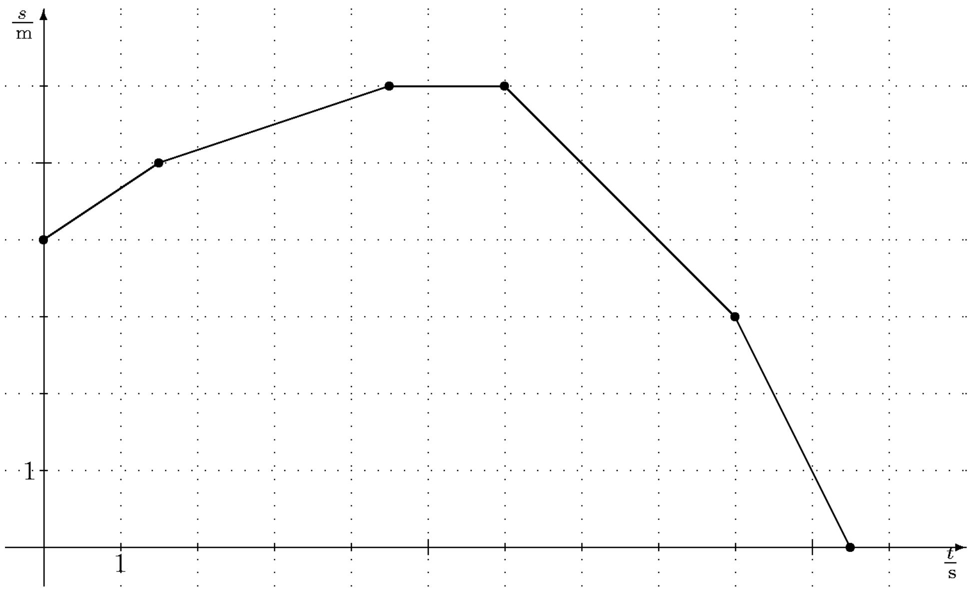
1) a) Es ist

$$\begin{aligned} v &= \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1{,}6\,\mathrm{km}}{24\,\mathrm{s}} = \frac{1600}{24}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 66{,}67\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ &= 66{,}67\frac{\mathrm{km}/1000}{\mathrm{h}/3600} = 66{,}67\cdot 3{,}6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 240\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \\ &= 66{,}67\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}/60} = 66{,}67\cdot 60\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}} = 4000\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}}\,. \end{aligned}$$

b) Wir gehen von Kreisbahnen mit folgenden astronomischen Daten aus:
Abstand Erde-Mond: 384400 km, Umlaufzeit 27,322 d (d = dies (lat.) = Tag)
Abstand Erde-Sonne: $149{,}6\cdot 10^6$ km, Umlaufzeit 1 a = 365,26 d (a = annum (lat.) = Jahr)
Für Kreisbahnen vom Radius r ist die Bahngeschwindigkeit $v = \frac{U}{T}$ mit dem Umfang $U = 2\pi r$ und der Umlaufzeit T, also

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{Mond}} &= \frac{2\pi\cdot 384400\,\mathrm{km}}{27{,}322\cdot 24\,\mathrm{h}} = 3683{,}32\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\,, \\ v_{\mathrm{Erde}} &= \frac{2\pi\cdot 149{,}6\cdot 10^6\,\mathrm{km}}{365{,}26\cdot 24\,\mathrm{h}} = 107225{,}51\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 29{,}78\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\,. \end{aligned}$$

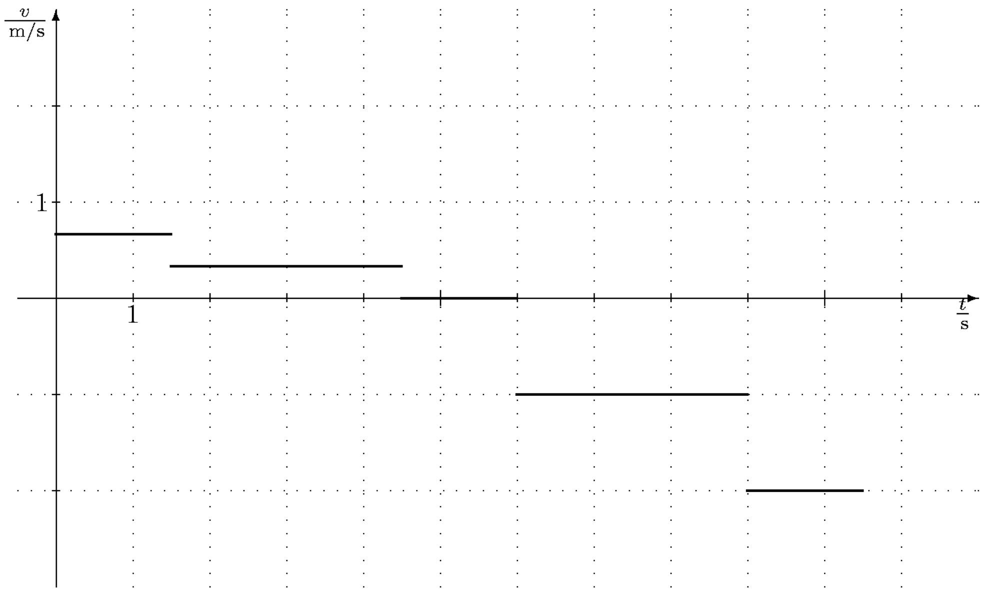
2) a) Wir übertragen die Messpunkte in das Diagramm und verbinden sie durch Geradenstücke, da die Bewegung zwischen den Messpunkten gleichförmig ist. Dies ergibt das folgende Diagramm:



b) Für das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm berechnen wir zunächst die Geschwindigkeiten in den einzelnen Abschnitten:

$$
\begin{aligned}
v_1 &= \frac{5-4}{1.5}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{2}{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,,\\
v_2 &= \frac{6-5}{4{,}5-1{,}5}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{1}{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,,\\
v_3 &= 0\,,\\
v_4 &= \frac{3-6}{9-6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,,\\
v_5 &= \frac{0-3}{10{,}5-9}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.
\end{aligned}
$$

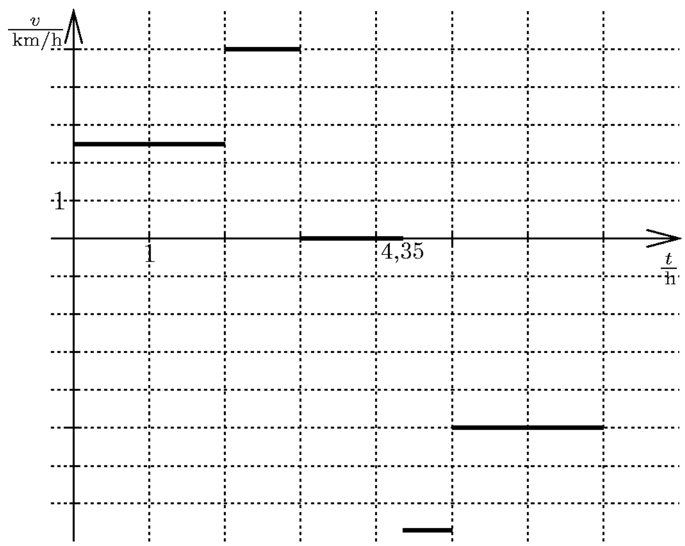
Dies ergibt das nachfolgend skizzierte Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm:



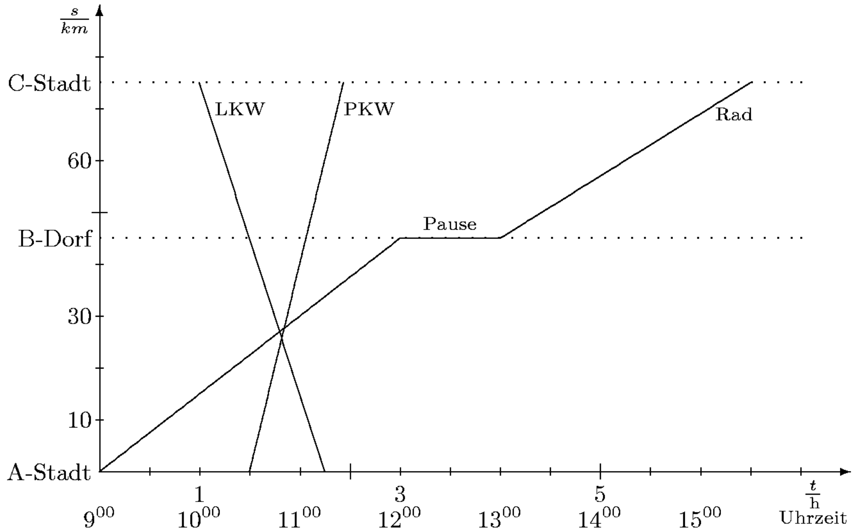
3) a) Wir berechnen wie oben die Geschwindigkeiten in den einzelnen Abschnitten und erhalten

Abschnitt	1	2	3	4	5
$\frac{v}{\mathrm{km/h}}$	2,5	5,0	0,0	−7,7	−5,0

b) Damit ergibt sich folgendes Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm:



4) a) Das Weg-Zeit-Diagramm für alle drei 'Verkehrsteilnehmer' hat das nachfolgende Aussehen. Da die drei zu unterschiedlichen Zeiten starten und sogar in unterschiedliche Richtungen fahren, muss man sich bei der Wahl der dargestellten Größen auf einen der drei Beteiligten festlegen. Hier ist s gewählt als die Fahrtstrecke des Radfahrers. Dies ist zugleich die *Entfernung von A-Stadt.* Ebenso beginnt die Zeitskala mit dem Start des Radfahrers; für die beiden anderen gelten spätere Startzeiten. Da alle Bewegungen gleichförmig sind, liegen immer Geraden vor, aber wegen der unterschiedlichen Startzeiten nicht notwendig Ursprungsgeraden. Man markiert also für Start- und Ziel die entsprechenden Punkte im Weg-Zeit-Diagramm und verbindet diese durch eine Gerade. Beim Radfahrer beachtet man die Pause und führt dies für Vor- und Nachmittag getrennt durch. Das Ergebnis sieht etwa folgendermaßen aus.



b,c) i) Die Geschwindigkeiten des Radfahrers auf den Teilstrecken sind leicht ermittelt: Am Vormittag legt er in 3 Stunden 45 km zurück, also hält er eine Geschwindigkeit von $v = \frac{45\,\mathrm{km}}{3\,\mathrm{h}} = 15\,\mathrm{km/h}$ ein. Am Nachmittag beträgt die Geschwindigkeit nur $\frac{30\,\mathrm{km}}{2{,}5\,\mathrm{h}} = 12\,\mathrm{km/h}$.

ii) Man erkennt aus der Skizze, dass sich Radfahrer, PKW und LKW etwa zur gleichen Zeit am Vormittag treffen. Will man genauere Informationen haben, so muss man *rechnerisch* vorgehen. Im folgenden sei s die jeweilige *Entfernung* von A-Stadt und t bezeichne die *Fahrzeit* des *Radfahrers,* also die nach 9^{00} Uhr verstrichene Zeit. Dann gilt für den Radfahrer $s = v_{\mathrm{Rad}} \cdot t$. Entsprechend gilt für den PKW $s = v_{\mathrm{PKW}} \cdot t_{\mathrm{PKW}}$, wobei t_{PKW} die Fahrzeit des PKW ist. Da dieser erst um 10^{30} Uhr startet, ist sie um anderthalb Stunden geringer: $t_{\mathrm{PKW}} = t - 1{,}5\,\mathrm{h}$. Damit erhalten wir

$$\begin{array}{ll} \text{Radfahrer:} & s = 15\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t \\ \text{PKW:} & s = 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot (t - 1{,}5\,\mathrm{h}) \end{array}$$

Um den Treffzeitpunkt zu bestimmen, müssen wir die Gleichung

$$15\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t = s = 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot (t - 1{,}5\,\mathrm{h})$$

lösen. Wir erhalten als Lösung

$$t = \frac{120}{65}\,\mathrm{h} \approx 1{,}84615\,\mathrm{h} \approx 110{,}77\,\mathrm{min} \approx 1\mathrm{h}\,50\mathrm{min}\,46\,\mathrm{s}\,.$$

Der PKW überholt den Radfahrer etwa um 10:50:46 Uhr.
Zu diesem Zeitpunkt sind beide $s = 15\,\mathrm{km/h} \cdot \frac{120}{65}\,\mathrm{h} \approx 27{,}7\,\mathrm{km}$ von A-Stadt entfernt.

iii) Für die 30 km von C-Stadt nach B-Dorf benötigt der LKW die Zeit

$$t = \frac{s}{v} = \frac{30\,\mathrm{km}}{60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 1/2\,\mathrm{h} = 30\,\mathrm{min}\,,$$

er passiert B-Dorf also genau um 10^{30} Uhr. Für die weiteren 45 km bis A-Stadt benötigt er dann noch $\frac{45\,\mathrm{km}}{60\,\mathrm{km/h}} = 0,75\,\mathrm{h}$, d. h. eine Dreiviertelstunde; er kommt um 11^{15} Uhr in A-Stadt an.

iv) Um das Treffen des Radfahrer mit dem LKW zu berechnen, stellen wir das Weg-Zeit-Gesetz für den LKW auf. Da dieser von C-Stadt aus startet, *verringert* er seinen ursprünglichen Abstand von 75 km von A-Stadt ständig. Außerdem startet er 1 Stunde nach dem Radfahrer, daher gilt für seinen jeweiligen Abstand von A-Stadt:

$$\text{LKW: } s = 75\,\mathrm{km} - v_{LKW} \cdot t_{LKW} = 75\,\mathrm{km} - 60\,\mathrm{km/h} \cdot (t - 1\,\mathrm{h})\,.$$

Als Lösung der Gleichung

$$15\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot t = 75\,\mathrm{km} - 60\,\mathrm{km/h} \cdot (t - 1\,\mathrm{h})$$

erhalten wir $t = 1,8\,\mathrm{h} = 108\,\mathrm{min}$. Treffzeitpunkt ist daher 10:48 Uhr; die Entfernung des Treffpunktes von A-Stadt beträgt $s = 15\,\mathrm{km/h} \cdot 1,8\,\mathrm{h} = 27\,\mathrm{km}$.