

## Übungen (M9)

- 1) a) Nach welchen Zeiten haben frei fallende Körper aus der Ruhe
  - i) die Geschwindigkeit  $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,
  - ii) den Fallweg 10 m erreicht?b) Welche Werte findet man jeweils nach der doppelten Zeit?  
c) Was gilt jeweils auf dem Mond ( $g_{\text{Mond}} = 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )?
- 2) Ein Turmspringer springt vom 10-Meter-Brett ins Wasser.
  - a) Wie lange dauert der Sprung?
  - b) Mit welcher Geschwindigkeit taucht er ins Wasser?
  - c) Aus welcher Höhe muss ein Springer abspringen, um mit  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  einzutauchen?
- 3) Wie lange braucht ein Stein von der Spitze des Ulmer Münsters (Höhe 160 m), vom Eiffelturm (300 m) bis zum Boden? Mit welcher Geschwindigkeit kommt er dort an? Wie lange braucht er jeweils für den halben Weg?
- 4) a) Aus welcher Höhe müsste ein Körper fallen, damit er Schallgeschwindigkeit ( $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ) erreicht?  
b) Aus welcher Höhe müsste ein Auto frei fallen, damit es die Geschwindigkeit  $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  erreicht? (Demonstration der Wucht bei Unfällen.)
- 5) a) Aus welcher Höhe über der Mondoberfläche müsste man herabspringen, um genauso schnell anzukommen wie auf der Erde beim Sprung aus 1 m Höhe?  
b) Wie groß sind die Geschwindigkeiten, mit denen man bei einem Sprung aus 1,25 m Höhe auf der Erde bzw. der Mondoberfläche ankommt?  
( $g_{\text{Mond}} = 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )
- 6) a) Ein schwerer Stein fällt in einen 17 m tiefen Brunnen. Nach welcher Zeit hört man oben den Aufschlag, wenn die Schallgeschwindigkeit  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  beträgt?  
b) Wie tief ist der Brunnen, wenn man den Aufschlag nach 2 s hört?

---

In allen Aufgaben bleibe der Luftwiderstand unberücksichtigt.

## Übungen (M9) — Lösungen

- 1) a) i) Aus  $v = gt$  ergibt sich  $t = \frac{v}{g} = 2,5 \text{ s}$ .  
 ii) Aus  $s = \frac{1}{2}gt^2$  ergibt sich

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{20 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{2 \text{ s}^2} \approx 1,4 \text{ s}.$$

- b) Bei Verdopplung der Zeiten verdoppelt sich die Geschwindigkeit (da  $v$  zu  $t$  proportional ist), während sich der Weg vervierfacht (da  $s$  zu  $t^2$  proportional ist).  
 c) Auf dem Mond ergeben sich die Werte

$$t = \frac{25 \text{ m/s}}{1,62 \text{ m/s}^2} \approx 15,43 \text{ s} \quad \text{für i)} \quad \text{und} \quad t = \sqrt{\frac{20 \text{ m}}{1,62 \text{ m/s}^2}} \approx 3,51 \text{ s} \quad \text{für ii)}.$$

- 2) a) Nach den Gesetzen des freien Falls (vom Luftwiderstand sollte ja abgesehen werden) gilt für die gesuchte Zeit  $t$

$$10 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \iff t^2 = \frac{2 \cdot 10}{9,81} \text{ s}^2 \quad \text{oder} \quad t \approx \sqrt{2,04} \text{ s} \approx 1,43 \text{ s}.$$

Aufgrund des Geschwindigkeits-Zeit-Gesetzes des freien Falls  $v = g \cdot t$  hat der Springer nach einem Sprung von 1,43 s eine Endgeschwindigkeit von

$$9,81 \cdot 1,43 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 14 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 50,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

- c) Da die Endgeschwindigkeit proportional ist zur Fallzeit ( $v(t) = g \cdot t$ ), benötigt der Springer für eine Endgeschwindigkeit von  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  eine Zeit  $t$  mit

$$\frac{t}{1,43 \text{ s}} = \frac{60}{50,4} \quad \text{d. h.} \quad t = \frac{60}{50,4} \cdot 1,43 \text{ s} \approx 1,7 \text{ s}.$$

Dies führt zu einer Sprunghöhe von

$$\frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot 1,7^2 \text{ m} \approx 14,2 \text{ m}.$$

- 3) Aus  $s = \frac{1}{2}gt^2$  ergibt sich  $t^2 = \frac{2s}{g}$  und damit erhält man als Fallzeiten

$$\text{Ulmer Münster: } t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{320 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \approx 5,71 \text{ s},$$

$$\text{Eiffelturm: } t_2 = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{600 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \approx 7,82 \text{ s}.$$

Aus diesen Zeiten ergeben sich Endgeschwindigkeiten

$$v_1 = gt_1 = 56,03 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{bzw.} \quad v_2 = gt_2 = 76,72 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Für halbierte Fallhöhen ergeben sich

$$t'_1 = \sqrt{\frac{160}{9,81}} \text{ s} = 4,04 \text{ s} \quad \text{und} \quad t'_2 = \sqrt{\frac{300}{9,81}} \text{ s} \approx 5,53 \text{ s}.$$

4) a) Aus  $v = gt$  ergibt sich die Fallzeit  $t = \frac{v}{g}$  und daraus die Fallstrecke

$$s = \frac{1}{2} \cdot gt^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v^2}{g^2} = \frac{v^2}{2g} = \frac{(340 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5892 \text{ m}.$$

b) Wie bei a) erhält man

$$s = \frac{v^2}{2g} = \frac{(108 \cdot \frac{1000}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 46 \text{ m}.$$

5) a) Wir bestimmen allgemein den Zusammenhang zwischen Fallstrecke und Endgeschwindigkeit: Es ist  $v = gt$ , also  $t = \frac{v}{g}$  und damit (siehe auch die vorangehende Aufgabe)

$$s = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{v}{g}\right)^2 = \frac{v^2}{2g}.$$

Bei unveränderter Aufprallgeschwindigkeit  $v$  ist damit die Fallstrecke  $s$  umgekehrt proportional zur Fallbeschleunigung  $g$  und daher

$$\frac{s_{\text{Mond}}}{s_{\text{Erde}}} = \frac{g_{\text{Erde}}}{g_{\text{Mond}}} = \frac{9,81}{1,62} \approx 6,06.$$

Auf dem Mond müsste man also aus 6,06 m Höhe springen, um genau so schnell auf dem Boden aufzutreffen wie bei einem 1m-Sprung auf der Erde.

b) Wir benutzen die Beziehung  $s = \frac{v^2}{2g}$  aus a) und erhalten

$$v = \sqrt{2gs} = \begin{cases} \sqrt{2,5 \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4,95 \frac{\text{m}}{\text{s}} & \text{auf der Erde,} \\ \sqrt{2,5 \text{ m} \cdot 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 2,01 \frac{\text{m}}{\text{s}} & \text{auf dem Mond.} \end{cases}$$

6) a) Die Fallzeit  $t$  des Steins ergibt sich aus  $s = \frac{1}{2}gt^2$ :

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{34}{9,81}} \text{ s} \approx 1,86 \text{ s}.$$

Es sei  $c$  die Schallgeschwindigkeit. Dann ergibt sich die Schalllaufzeit  $t'$  aus  $s = ct'$  (gleichförmige Bewegung):

$$t' = \frac{s}{c} = \frac{17 \text{ m}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,05 \text{ s} = 50 \text{ ms}.$$

Man hört das Aufprallen nach der Gesamtzeit  $T = t + t' = 1,91 \text{ s}$ .

b) Das Problem ist gelöst, wenn man weiß, wie sich die Gesamtzeit von  $T = 2 \text{ s}$  auf die beiden Teilzeiten  $t$  (Fallzeit) und  $t'$  (Schalllaufzeit) aufteilt. Nun gilt für die Fallstrecke  $s$  (siehe a))

$$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{sowie} \quad s = ct' = c(T - t).$$

Damit ergibt sich die folgende quadratische Gleichung für  $t$ :

$$\frac{g}{2}t^2 = c(T - t) \iff t^2 + \frac{2c}{g} \cdot t - \frac{2cT}{g} = 0.$$

Deren Lösungen (etwa gemäß der p,q-Formel) sind

$$t = -\frac{c}{g} \pm \sqrt{\frac{c^2}{g^2} + \frac{2cT}{g}} = -\frac{c}{g} \pm \sqrt{\frac{c^2 + 2gcT}{g^2}}.$$

Von den beiden Lösungen ist nur die positive physikalisch sinnvoll, so dass sich als Fallzeit ergibt

$$t = -\frac{c}{g} + \frac{\sqrt{c^2 + 2gcT}}{g} = -34,66 \text{ s} + \frac{\sqrt{128942} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 1,95 \text{ s}.$$

Damit beträgt die Brunntiefe

$$s = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,95^2 \text{ s}^2 \approx 18,56 \text{ m}.$$