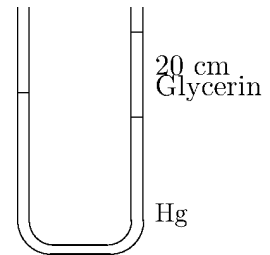
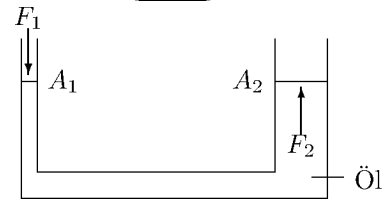


Übungen (M5)

- 1) a) Erläutern Sie die Ursachen und Gesetzmäßigkeiten des Schweredruckes in Flüssigkeiten und Gasen.
 b) In einem beidseitig offenen U-Rohr befindet sich Quecksilber. Auf der einen Seite schüttet man Glycerin hinein. Wie groß ist der Höhenunterschied der Flüssigkeiten in den beiden Schenkeln bei 20 cm Höhe des Glycerins?



- 2) An einer hydraulischen Presse (siehe die nebenstehende stark vereinfachte Skizze) üben Sie eine Kraft $F_1 = 40 \text{ N}$ auf die Fläche $A_1 = 2 \text{ cm}^2$ aus.



- a) Berechnen Sie den Druck p der dadurch im Öl erzeugt wird (Angabe in Pa und bar).
 b) Mit welcher Kraft F_2 wird der andere Kolben (Querschnittsfläche $A_2 = 100 \text{ cm}^2$) nach oben gedrückt?
 c) Hydraulische Pressen werden oft als Hebebühnen benutzt. Wie ist die Arbeitsweise einer solchen Hydraulikpresse mit dem Prinzip der Energieerhaltung in Einklang zu bringen?
- 3) a) Was ist und auf welcher physikalischen Tatsache beruht der Auftrieb, den ein Körper in einer Flüssigkeit erfährt?
 b) Wie groß ist dieser Auftrieb?
 c) Ein Körper hat eine Masse von 213 g. Er wiegt in Glycerin 172 cN und in einer unbekannten Flüssigkeit 185 cN. Bestimmen Sie das Volumen des Körpers, seine Dichte und die Dichte der unbekannten Flüssigkeit.
- 4) Eine Ballonhülle wiegt 4 cN und fasst 8 l Gas.
 a) Wie groß ist der Auftrieb des gefüllten Ballons in Luft?
 b) Wie groß sind Gesamtgewicht und Tragkraft bei einer Füllung mit Wasserstoff bzw. Helium?

Dichte von Luft	$\rho = 1,3 \text{ g/l}$	Wasserstoff	$\rho = 0,09 \text{ g/l}$
Sauerstoff	$\rho = 1,4 \text{ g/l}$	Helium	$\rho = 0,18 \text{ g/l}$
Glycerin	$\rho = 1,3 \text{ g/cm}^3$	Quecksilber	$\rho = 13,55 \text{ g/cm}^3$

Übungen (M5) — Lösungen

- 1) a) Der Schweredruck wird erzeugt durch die Gewichtskraft der über dem Messpunkt lastenden Flüssigkeits- oder Gassäule. Er ist an einer Stelle in jeder Richtung gleich groß und er nimmt mit der Tiefe zu:

$$p = h \cdot \rho_{F1} \cdot g,$$

wobei h die *Tiefe* unter der Flüssigkeitsoberfläche bezeichnet und ρ_{F1} die *Dichte* der Flüssigkeit angibt.

b) Sei h der Höhenunterschied zwischen den Quecksilberoberflächen in den beiden Schenkeln des U-Rohrs. An der Grenzfläche zwischen Quecksilber und Glycerin herrscht im rechten Schenkel ein von dem Glycerin erzeugter Schweredruck von

$$p_{\text{rechts}} = p_r = 20 \text{ cm} \cdot \rho_{G1} \cdot g.$$

Da in einer Flüssigkeit auf gleicher Höhe der Schweredruck unverändert ist, herrscht im linken Schenkel *auf gleicher Höhe* derselbe Druck: $p_l = p_r$. Der Druck links wird erzeugt von der darüber lastenden Quecksilbersäule der Höhe h , also:

$$p_r = p_l = h \cdot \rho_{Hg} \cdot g.$$

Man erhält

$$h = 20 \text{ cm} \cdot \frac{\rho_{G1} \cdot g}{\rho_{Hg} \cdot g} = 20 \text{ cm} \cdot \frac{1,3}{13,55} \approx 1,9 \text{ cm}.$$

- 2) a) Der durch die Kraft F_1 erzeugte zusätzlich Druck im Öl ist definitionsgemäß

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{40 \text{ N}}{2 \text{ cm}^2} = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 2 \text{ bar} = 2000 \text{ mbar} = 2000 \text{ hPa} = 200000 \text{ Pa}.$$

b) Der Druck ist an allen Stellen gleicher Höher gleich, also ergibt sich aus $p = \frac{F_2}{A_2}$

$$F_2 = p \cdot A_2 = 2 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \cdot 100 \text{ cm}^2 = 2000 \text{ N}.$$

Die aufzuwendende Kraft F_1 beträgt also nur den 50-ten Teil der Kraft F_2 . Eine hydraulische Presse dient (wie ein Flaschenzug) zur Kraftreduktion.

c) Dabei kann jedoch keine Energie eingespart werden, denn um mit der Kraft F_2 einen Körper die Höhe h_2 anzuheben, muss man ein Volumen $V = A_2 \cdot h_2$ an Öl verdrängen. Um dieses Volumen zu verdrängen, benötigt man bei der Kraft F_1 einen Höhenunterschied h_1 mit

$$A_1 \cdot h_1 = V = A_2 \cdot h_2 \iff h_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot h = 50 \cdot h_2.$$

Links hat sich zwar die Kraft auf ein $\frac{1}{50}$ reduziert, dafür muss man diese aber über die 50-fache Strecke anwenden; das Produkt aus Kraft und Weg (die notwendige Arbeit) ist folglich auf beiden Seiten identisch:

$$F_1 \cdot h_1 = p \cdot A_1 \cdot h_1 = p \cdot V = p \cdot A_2 \cdot h_2 = F_2 \cdot h_2.$$

Wieder bestätigt sich der Satz von der Energieerhaltung.

3) a) Auftrieb ist eine Kraft, die jeder Körper erfährt, der in eine Flüssigkeit oder ein Gas eintaucht. Sie ist der Gewichtskraft entgegengerichtet. Ursache des Auftriebes ist die Zunahme des Schweredruckes mit der Tiefe. Die Unterseite eines Körpers erfährt daher eine größere (nach oben gerichtete!) Kraft als die Oberseite. Insgesamt ergibt sich so eine nach oben gerichtete Kraft.

b) Die Auftriebskraft ist (betraglich!) gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit ($v = \text{verdrängt}$):

$$F_A = V_v \cdot \rho_{Fl} \cdot g = F_{G,v}.$$

c) Das Gewicht des Körpers beträgt $F_G = 213 \text{ g} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 2,09 \text{ N}$, der Auftrieb in Glycerin folglich

$$F_A = 209 \text{ cN} - 172 \text{ cN} = 37 \text{ cN}.$$

Daraus kann man nun das Volumen V des Körpers ermitteln:

$$F_A = V \cdot \rho_{\text{Glycerin}} \cdot g \iff V = \frac{F_{1A}}{\rho_{\text{Glycerin}} g} = \frac{37 \text{ cN}}{1,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 29 \text{ cm}^3.$$

Nun kann man aus dem Volumen und dem Auftrieb in der unbekannten Flüssigkeit deren Dichte $\rho_?$ bestimmen:

$$V \cdot \rho_? \cdot g = F_G - 185 \text{ cN} = 24 \text{ cN} \iff \rho_? = \frac{24 \text{ cN}}{9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 29 \text{ cm}^3} = 0,84 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

4) a) Der Auftrieb F_A ist das Gewicht der verdrängten Luft

$$F_A = V \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot g = 81 \cdot 1,3 \frac{\text{g}}{\text{l}} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 0,102 \text{ N} = 10,2 \text{ cN}.$$

b) Gewicht des Wasserstoffs im Ballon:

$$F_{H_2} = 81 \cdot 0,09 \text{ g/l} \cdot 9,81 \text{ N/kg} = 0,007 \text{ N} = 0,7 \text{ cN}.$$

Da Helium die doppelte Dichte hat, ist das Gewicht der Heliumfüllung $F_{He} = 1,4 \text{ cN}$. Damit beträgt das Gesamtgewicht des Ballons

$$F_G = \begin{cases} 4,7 \text{ cN} & \text{bei H}_2\text{-Füllung,} \\ 5,4 \text{ cN} & \text{bei He-Füllung.} \end{cases}$$

Die Tragkraft ist der Überschuss des Auftriebs gegenüber dem Gesamtgewicht, also

$$F_A - F_G = \begin{cases} (10,2 - 4,7) \text{ cN} = 5,5 \text{ cN} & \text{bei H}_2\text{-Füllung,} \\ (10,2 - 5,4) \text{ cN} = 4,8 \text{ cN} & \text{bei He-Füllung.} \end{cases}$$