Übungen (E9)

1) Die Horizontalkomponente der Flussdichte B des magnetischen Erdfeldes beträgt ungefähr $B_H = 19\,\mu\text{T}$. Berechnen Sie die Kraft auf eine in Ost-West-Richtung verlaufende Freileitung ($I = 100\,\text{A}$, Abstand zwischen zwei Masten $a = 150\,\text{m}$).
2) Ein gerader Draht von 50 cm Länge verläuft vertikal und wird von einem Strom von 6 A von unten nach oben durchflossen. Er befindet sich in einem Magnetfeld der Flussdichte $B = 70\,\mu\text{T}$, das horizontal nach Norden gerichtet ist. Geben Sie Betrag und Richtung der auf ihn wirkenden magnetischen Kraft an.
3) Ein waagerechter Draht von 15 cm Länge wird von einem Strom von 5 A durchflossen. Geben Sie Betrag und Richtung der magnetischen Flussdichte des schwächsten Magnetfeldes an, das den Draht mit der Masse 4 g in der Schwebe hält.
4) In einem horizontalen Magnetfeld der Flussdichte $B = 0{,}2\,\text{T}$ befindet sich unter einem Winkel von 30^0 zum Magnetfeld ein ebenfalls horizontal verlaufender gerader Draht von 75 cm Länge, der von einem Strom von 10 A durchflossen wird. Geben Sie Betrag und Richtung der auf ihn wirkenden magnetischen Kraft an.
5) Mit welcher Kraft wirkt ein homogenes Magnetfeld auf einen stromdurchflossenen Draht, der parallel zu den Feldlinien liegt?
6) Ein von einem Strom $I = 4\,\text{A}$ durchflossener Probeleiter der Länge $l = 5\,\text{cm}$ erfährt in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte $B = 0{,}3\,\text{T}$ die Kraft $F = 0{,}04\,\text{N}$. Welchen Winkel bildet der Leiter mit den magnetischen Feldlinien?
7) Wie ist die Lorentzkraft auf ein Elektron gerichtet, das sich in einem waagerecht nach Norden gerichteten Magnetfeld waagerecht nach Osten bewegt?
8) Ein Körper mit der Ladung $Q = -0{,}2\,\text{nC}$ bewegt sich in einem waagerecht nach Süden gerichteten Magnetfeld der Flussdichte $B = 50\,\text{mT}$ mit der Geschwindigkeit $v = 3\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$ in Richtung Westen. Geben Sie Betrag und Richtung der Lorentzkraft auf den geladenen Körper an.
9) Ein Proton besitzt in einem senkrecht nach unten gerichteten Magnetfeld mit $B = 40\,\text{T}$ eine nach Westen gerichtete Geschwindigkeit von $7500\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$. Geben Sie Betrag und Richtung der wirkenden Kraft an.
10) Mit welcher Kraft wirkt ein Magnetfeld der Flussdichte B auf ein ruhendes elektrisch geladenes Teilchen?
11) Geben Sie Betrag und Richtung der magnetischen Flussdichte des Feldes an, das das Gewicht eines Elektrons mit einer waagerecht nach Westen gerichteten Geschwindigkeit von $2\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ kompensieren kann.
12) Ein α-Teilchen ($Q = 2e$) durchläuft eine Beschleunigungsspannung $U = 200\,\text{V}$ und tritt dann in ein Magnetfeld der Stärke $B = 0{,}12\,\text{T}$ ein. Berechnen Sie die Lorentzkraft für die Fälle, dass die Geschwindigkeit mit $\vec{B}$ einen Winkel von
    a) $\varphi_1 = 90^0$, b) $\varphi_2 = 60^0$, c) $\varphi_3 = 30^0$ und d) $\varphi_4 = 0^0$ einschließt.
    ($m_\alpha = 6{,}64 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$)

Übungen (E9) — Lösungen

1) Definitionsgemäß ist das Erdmagnetfeld zum geographischen Norden gerichtet (dorthin weist der Nordpol einer Kompassnadel). Wenn der Strom von West nach Ost fließt, erfährt der Draht gemäß Dreifingerregel (Daumen in Stromrichtung horizontal nach Osten, Zeigefinger in Feldrichtung nach Norden, Mittelfinger nach oben) eine Kraft vertikal nach *oben,* bei entgegengesetzter Stromrichtung nach unten. Der Betrag der Kraft ist in beiden Fällen

$$F = Il \cdot B = 100\,\mathrm{A} \cdot 150\,\mathrm{m} \cdot 19 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T} = 0{,}28\,\mathrm{N}\,.$$

2) Gemäß Dreifingerregel (Daumen in Stromrichtung nach oben, Zeigefinger in Feldrichtung nach Norden, abgespreizter Mittelfinger der rechten Hand nach Westen) erfährt der Draht eine Kraft nach Westen. Der Betrag der Kraft ist

$$F = Il \cdot B = 6\,\mathrm{A} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} \cdot 70 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T} = 2{,}1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{N}\,.$$

3) Damit der Draht in der Schwebe bleibt, muss die Kraft gleich der Gewichtskraft sein, aber nach oben gerichtet. Die Stromrichtung im Draht sei von West nach Ost. Gemäß der Dreifingerregel (Daumen in Stromrichtung nach Osten, Mittelfinger in Kraftrichtung nach oben, Zeigefinger in Feldrichtung nach Norden) muss das Magnetfeld nach Norden gerichtet sein. Seine Stärke ergibt sich aus

$$F_G = F = Il \cdot B \iff B = \frac{F_G}{Il} = \frac{mg}{Il} = \frac{4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}}{5\,\mathrm{A} \cdot 0{,}15\,\mathrm{m}} = 52{,}32\,\mathrm{mT}\,.$$

4) Für die Berechnung der Kraft gilt $F = Il \cdot B$, vorausgesetzt der Stromfluss verläuft senkrecht zum Magnetfeld. Ist dies nicht der Fall, so muss man die Projektion B_n der Flussdichte auf die Richtung *senkrecht* zum Draht bestimmen:

$$B_n = B \cdot \cos(90^0 - \alpha) = B \cdot \sin\alpha\,.$$

Nur diese ist für die magnetische Kraftwirkung von Bedeutung. Die Kraft wirkt senkrecht zur Strom- und Feldrichtung, also vertikal. Ob nach oben oder unten hängt von der Stromrichtung ab. Für den Betrag der Kraft ergibt sich dann

$$F = Il \cdot B_n = Il \cdot B \sin\alpha = 10\,\mathrm{A} \cdot 0{,}75\,\mathrm{m} \cdot 0{,}2\,\mathrm{T} \cdot \sin 30^0 = 0{,}75\,\mathrm{N}\,.$$

5) Es wirkt keine Kraft: $F = 0$, da für die magnetische Kraftwirkung die Feldkomponente B_n senkrecht zum Leiter entscheidend ist, und diese verschwindet.
6) Wie bereits gezeigt, gilt für stromdurchflossene Leiter in einem Magnetfeld bei beliebigem Winkel α zwischen Stromrichtung und Feldrichtung

$$F = IlB\sin\alpha \iff \sin\alpha = \frac{F}{IlB} = \frac{4\,\mathrm{cN}}{4\,\mathrm{A} \cdot 5\,\mathrm{cm} \cdot 0{,}3\,\mathrm{T}} = 0{,}67\,.$$

Da nur nach dem Winkel zwischen Leiter und Feld gefragt, also die Stromrichtung nicht berücksichtigt wird, ist der gesuchte Winkel ein Winkel zwischen 0^0 und 90^0. Also folgt

$$\sin\alpha = 0{,}67 \iff \alpha = 41{,}81^0\,.$$

Unter Berücksichtigung der Stromrichtung wäre auch noch der Winkel

$$\alpha = 180^0 - 41{,}81^0 = 138{,}19^0$$

zwischen Stromrichtung und Feldrichtung möglich.

7) Wegen der negativen Ladung des Elektrons ergibt die Dreifingerregel (Daumen entgegengesetzt der Ladungsbewegung nach Westen, Zeigefinger in Feldrichtung nach Norden, Lorentzkraft gemäß Mittelfinger nach unten) die Kraftrichtung vertikal nach unten.

8) Wegen der negativen Ladung ergibt die Dreifingerregel (Daumen entgegengesetzt der Ladungsbewegung nach Osten, Zeigefinger in Feldrichtung nach Süden) die Richtung der Lorentzkraft gemäß Mittelfinger nach unten.
Der Betrag der Lorentzkraft ist (wegen $\vec{v} \perp \vec{B}$)

$$F_L = q \cdot v \cdot B = 0{,}2 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C} \cdot 3 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 50 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T} = 30 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{N}\,.$$

9) Nach der Dreifingerregel (Daumen in Bewegungsrichtung der positiven Ladung horizontal nach Westen, Zeigefinger in Feldrichtung nach unten) ergibt sich die Lorentzkraft in Richtung des Mittelfingers der rechten Hand horizontal nach Süden.
Der Betrag der Lorentzkraft ist (wieder wegen der Orthogonalität von $\vec{v}$ und $\vec{B}$)

$$F_L = qvB = evB = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 7{,}5 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 40\,\mathrm{T} = 4{,}8 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N}\,.$$

10) Es wirkt keine Kraft: $F = 0$, da $v = 0$ ist.

Ein Magnetfeld wirkt nur auf bewegte Ladungen!

11) Damit das Gewicht des Elektron kompensiert wird, muss die gesuchte Kraft nach oben gerichtet sein. Aus der Dreifingerregel (Daumen entgegen der Bewegung der negativen Ladung horizontal nach Osten, Mittelfinger in Kraftrichtung nach oben) ergibt sich die Feldrichtung gemäß dem Zeigefinger horizontal nach Norden.
Die Stärke des Feldes ergibt sich aus

$$F_L = F_G \iff mg = qvB = evB \iff B = \frac{mg}{ev}$$

$$\iff B = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 0{,}02\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 2{,}79 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{T}\,.$$

12) Wir berechnen zuerst über die kinetische Energie die Geschwindigkeit:

$$U \cdot Q = \frac{1}{2} m_\alpha v^2 \iff v = \sqrt{\frac{2UQ}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200\,\mathrm{V} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}{6{,}64 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = 138{,}84\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\,.$$

Ist β der Winkel zwischen $\vec{v}$ (der Bewegungsrichtung der (*positiven!*) α-Teilchen) und $\vec{B}$, so ergibt sich als Lorentzkraft (senkrecht zu $\vec{v}$ und $\vec{B}$)

$$F_L = Qv \cdot B_n = QvB \sin\beta\,.$$

a) Für $\beta = 90^0$ erhält man den Maximalwert

$$F_L = QvB = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 138{,}84 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}12\,\mathrm{T} = 5{,}33 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}\,.$$

Und entsprechend durch Multiplikation mit $\sin\beta$
b) $F = 4{,}62 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}$,
c) $F = 2{,}67 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}$ und
d) $F = 0$.