

# Symplektische Geometrie und Hamiltonsche Dynamik

## Übungsblatt 9

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, daß die Hofer-Zehnder Kapazität von innen regulär ist.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, daß man in Hauptsatz 4' zusätzlich annehmen darf, daß die Hamiltonsche Funktion in einer Umgebung des Ursprunges verschwindet.

**Aufgabe 3.** Sei  $f$  eine stetig differenzierbare und von unten beschränkte Funktion auf einem Hilbertraum. Unter welchen Bedingungen hat  $f$  ein Minimum? Man formuliere und beweise eine entsprechende Aussage unter Zuhilfenahme des Minmax-Lemmas.

**Aufgabe 4.** Für offene Mengen  $U$  in  $\mathbb{R}^{2n}$  sei die **zylindrische Kapazität**  $c^Z(U)$  das Infimum über  $\pi r^2$ , so daß es einen symplektischen Diffeomorphismus gibt, der  $U$  in den Zylinder  $Z(r)$  abbildet. Zeigen Sie, daß dies eine Kapazität in  $(\mathbb{R}^{2n}, \omega_0)$  definiert. Setzen Sie  $c^Z$  in Bezug zu anderen Kapazitäten und diskutieren Sie Regularitätseigenschaften von  $c^Z$ .

**Bonusaufgabe.** Zeigen Sie direkt (also ohne Zuhilfenahme der Gromovschen Weite), daß die Hofer-Zehnder Kapazität einer nichtleeren symplektischen Mannigfaltigkeit positiv ist.

Abgabe: Mittwoch 22.12.10

Bis spätestens 14:00 Uhr in den Briefkasten im Keller des MI