

Lie-Algebren - Übungsblatt 1

(Abgabe am 26.04.2017 in der Vorlesung, Besprechung in der Übung am 03.05.2017)

Die Übung findet jeweils Mittwochs von 16:00 - 17:30 im Seminarraum 1 (MI) statt.

Aufgabe 1:

Sei L eine Lie-Algebra über k , $\mathfrak{gl}(L)$ die Menge der k -linearen Abbildungen von L nach L . Ein Element $D \in \mathfrak{gl}(L)$ heisst Derivation wenn gilt

$$D([x, y]) = [D(x), y] + [x, D(y)] \quad \forall x, y \in L.$$

- (1) Sei $x \in L$ und sei $ad_x : L \rightarrow L$ definiert durch $y \mapsto [x, y]$. Zeigen Sie, dass ad_x eine Derivation ist.
- (2) Sei $Der(L)$ die Menge aller Derivationen von L . Zeigen Sie: $Der(L)$ ist eine Lie-Unteralgebra von $\mathfrak{gl}(L)$.
- (3) Ist die Abbildung $ad : L \rightarrow Der(L), x \mapsto ad_x$ immer injektiv?

Aufgabe 2:

Sei L eine Lie-Algebra über k , I ein Ideal von L und $L' := L/I$.

- (1) Geben Sie eine injektive Abbildung von der Menge der Ideale von L' in die Menge der Ideale von L an.
- (2) Sei $L'' = k \oplus L'$. Bestimmen Sie alle Ideale von L'' . Wie viele Ideale gibt es falls $k = \mathbb{F}_p$, der Körper mit p Elementen ist?