

## Lie-Algebren - Übungsblatt 1

(Abgabe am 26.04.2017 in der Vorlesung, Besprechung in der Übung am 03.05.2017)

---

Die Übung findet jeweils Mittwochs von 16:00 - 17:30 im Seminarraum 1 (MI) statt.

---

### Aufgabe 1:

Sei  $L$  eine Lie-Algebra über  $k$ ,  $\mathfrak{gl}(L)$  die Menge der  $k$ -linearen Abbildungen von  $L$  nach  $L$ . Ein Element  $D \in \mathfrak{gl}(L)$  heisst Derivation wenn gilt

$$D([x, y]) = [D(x), y] + [x, D(y)] \quad \forall x, y \in L.$$

- (1) Sei  $x \in L$  und sei  $ad_x : L \rightarrow L$  definiert durch  $y \mapsto [x, y]$ . Zeigen Sie, dass  $ad_x$  eine Derivation ist.
- (2) Sei  $Der(L)$  die Menge aller Derivationen von  $L$ . Zeigen Sie:  $Der(L)$  ist eine Lie-Unteralgebra von  $\mathfrak{gl}(L)$ .
- (3) Ist die Abbildung  $ad : L \rightarrow Der(L), x \mapsto ad_x$  immer injektiv?

### Aufgabe 2:

Sei  $L$  eine Lie-Algebra über  $k$ ,  $I$  ein Ideal von  $L$  und  $L' := L/I$ .

- (1) Geben Sie eine injektive Abbildung von der Menge der Ideale von  $L'$  in die Menge der Ideale von  $L$  an.
- (2) Sei  $L'' = k \oplus L'$ . Bestimmen Sie alle Ideale von  $L''$ . Wie viele Ideale gibt es falls  $k = \mathbb{F}_p$ , der Körper mit  $p$  Elementen ist?