

Übungen zum Vorkurs Mathematik

Aufgabe 33.

- (1) Ein Rechteck liegt mit zwei Seiten auf der x - und y -Achse. Ein Eckpunkt des Rechtecks liegt im ersten Quadranten auf dem Graphen der Funktion $f(x) = \frac{1}{x^2}$. Zeigen Sie, dass das Volumen des Zylinders, welcher bei Rotation des Rechtecks um die y -Achse entsteht, unabhängig von der Wahl dieses Punktes ist.
- (2) Liegt das Rechteck komplett „innerhalb“ des Graphen?

Aufgabe 34. Wie in der Vorlesung wollen wir aus Brettern eine Rinne bauen. Diese soll jedoch an einer Felswand gebaut werden und benötigt deshalb nur zwei Seiten (ein Mal unten und dann eine tatsächliche „Seite“). Wie groß muss der Winkel zwischen den zwei Brettern (der Länge l) gewählt werden, damit das Fassungsvermögen der Rinne maximiert wird?

Aufgabe 35. Seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $a < 0 < b$. Die Funktion $f(x) = ax^2 + b$ schließt im ersten Quadranten mit der x - und der y -Achse ein Rechteck ein. Für welchen Punkt auf dem Graphen der Funktion wird der Flächeninhalt maximal?

Aufgabe 36. Ein Trichter einer Abfüllanlage hat die Form eines Kegels, dem ein Zylinder aufgesetzt wird. Die Kegelmantellinie ist dreimal so lang wie die Höhe des Zylinders. Wie groß ist der Winkel zwischen der Achse und der Mantellinie des Kegels zu wählen, damit bei gegebener Zylinderhöhe a das Volumen des Trichters möglichst groß wird?

Besprechung: Freitag, 23.09.2016 in den Übungen