

Übungen zum Vorkurs Mathematik

Aufgabe 37. Finden Sie Beispiele für (und begründen Sie, warum Ihre Beispiel die gewünschten Eigenschaften besitzen)

- (1) Eine konvergente, nicht-konstante Folge.
- (2) Eine divergente Folge.
- (3) Eine divergente, beschränkte Folge (d.h. es gibt eine reelle Zahl c mit $|a_n| < c$ für alle $n \in \mathbb{N}$).
- (4) Zwei divergente Folgen, so dass deren Summe konvergiert.
- (5) Zwei divergente Folgen, so dass deren Produkt konvergiert.

Aufgabe 38. Seien $x, y \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie

$$||x| - |y|| \leq |x \pm y| \leq |x| + |y|.$$

Aufgabe 39. Untersuchen Sie folgende Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

- (1) $a_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{2n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
- (2) $a_n = \frac{1+6n+2n^2}{(n+1)(n+3)}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
- (3) $a_n = 6 - \frac{6n^2}{n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
- (4) $a_n = (b_n + 3)^2 - 12$ für alle $n \in \mathbb{N}$, wobei $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine konvergente Folge mit Grenzwert 2 ist.

Aufgabe 40.

- (1) Beweisen Sie das Sandwich-Lemma.
- (2) Gilt das Lemma immer noch, wenn nur noch gefordert wird, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ existieren?

Besprechung: Montag, 26.09.2016 in den Übungen