

## Übungen zum Vorkurs Mathematik

**Aufgabe 54.** Berechnen Sie anhand der Definition folgende Werte der trigonometrischen Funktionen. Hierbei bietet es sich an, die Dreiecke, die zur Definition herangezogen werden an markanten Geraden (zum Beispiel der  $x$ -Achse) zu spiegeln, um Dreiecke oder Rechtecke zu erhalten, die „einfacher“ zu verstehen sind.

- (1)  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$
- (2)  $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
- (3)  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$
- (4)  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$
- (5)  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$
- (6)  $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$
- (7)  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$
- (8)  $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$

**Aufgabe 55.** Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie möglichst ohne die Werte tatsächlich zu berechnen.

- (1)  $\sin(30^\circ) < \sin(15^\circ)$
- (2)  $\cos(90^\circ) < \sin(0^\circ)$
- (3)  $\tan(25^\circ) < \sin(25^\circ)$
- (4)  $\sin(60^\circ) < \sin(90^\circ)$

**Aufgabe 56.** Beweisen Sie für beliebige reelle Zahlen  $x$  und  $y$  die folgenden Additionstheoreme.

- (1)  $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$
- (2)  $\sin(x) + \sin(y) = 2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$
- (3)  $\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$
- (4)  $\cos(x) + \cos(y) = 2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$
- (5)  $\cos(x) - \cos(y) = -2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$