

## Übungen zum Vorkurs Mathematik

**Aufgabe 20.** Ein Computerprogramm ist durch ein Passwort geschützt. Dieses besteht aus 5 unterschiedlichen Buchstaben.

- (1) Wie viele Passwörter sind möglich?
- (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann der Code mit einem Versuch geknackt werden?

**Aufgabe 21.** Wir betrachten ein Skat-Kartenspiel mit 32 Karten.

- (1) Es werden 8 Karten gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich um acht Karo-Karten handelt?
- (2) Es werden 4 Karten gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie alle unterschiedlicher „Farbe“ sind?
- (3) Wie ändert sich die Antwort zur vorherigen Frage, wenn die Karten zusätzlich alle unterschiedliche Werte annehmen sollen?

**Aufgabe 22.** Zwei Spieler  $A$  und  $B$  ziehen abwechselnd eine Kugel aus einer Dose mit fünf schwarzen und einer weißen Kugel, wobei  $A$  beginnt. Das Spiel endet, sobald ein Spieler die weiße Kugel gezogen hat, und dieser ist dann der Gewinner. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass  $A$  gewinnt? Wie ändert sich diese Wahrscheinlichkeit, wenn noch eine gerade Anzahl an schwarzen Kugeln in die Dose dazugegeben wird?

**Aufgabe 23.** Zeigen Sie die folgenden Gleichungen.

- (1) Berechnen Sie einige Werte von  $\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i}$  für  $n > 0$  und stellen Sie eine Vermutung für diese Summe auf. Beweisen Sie anschließend Ihre Vermutung. Wenn Ihnen dies zu schwer erscheint, können Sie sie auch gerne nur für ungerades  $n \in \mathbb{N}$  zeigen.
- (2)  $\sum_{i=0}^n \binom{m+i}{m} = \binom{n+m+1}{m+1}$ .
- (3)  $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i}^2 = \binom{2n}{n}$ .

**Besprechung:** Montag, 19.09.2016 in den Übungen