

## Übungen zum Vorkurs Mathematik

**Aufgabe 24.** Ein Computerprogramm ist durch ein Passwort geschützt. Dieses besteht aus 5 Buchstaben.

- (1) Wie viele Passwörter sind möglich?
- (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann der Code mit einem Versuch geknackt werden?

**Aufgabe 25.**

- (1) Wir betrachten erneut das Wege-im-Gitter Beispiel aus der Vorlesung. Stellen wir uns eine Maus vor, die im Punkt  $(0, m)$  startet und auf einem kürzesten Weg zum Käse auf dem Punkt  $(n, 0)$  gelangen möchte. Allerdings gibt es eine Katze auf dem Punkt  $(1, 1)$ , die die Maus natürlich vermeiden möchte. Wie viele kürzeste Wege kann die Maus nun also noch laufen?
- (2) Formulieren und beweisen Sie eine Verallgemeinerung des Wege-im-Gitter Beispiels für drei Dimensionen.

**Aufgabe 26.**

- (1) Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen von  $x + y + z = 6$  mit  $x, y, z \in \mathbb{N}$ .
- (2) Seien  $n, m$  positive natürliche Zahlen. Wir suchen die Anzahl an Lösungen von  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = m$ , wobei alle  $x_i \in \mathbb{N}$  gelten soll. Finden Sie und beweisen Sie eine Formel für dieses Problem.

**Aufgabe 27.** Beweisen Sie diese beiden Identitäten unter Verwendung des binomischen Lehrsatzes. Für den zweiten Teil dürfen Sie hierbei ohne Beweis verwenden, dass zwei Polynome genau dann gleich sind, wenn ihre Koeffizienten übereinstimmen.

- (1)  $\sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n}{i} = 0$ .
- (2)  $\sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \binom{m}{k-i} = \binom{n+m}{k}$ .