

## 5. Übung zur Vorlesung Algorithmische Mathematik

### Aufgabe 1 (Graphische Lösung eines Optimierungsproblems)

Lösen Sie graphisch das folgende Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{ll} (1) & \max \quad \frac{3}{2}x_1 + x_2 \\ & \text{unter} \quad x_1 + x_2 \leq 3 \\ & \quad \quad x_1, x_2 \leq 2 \\ & \quad \quad x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

### Aufgabe 2 (entartetes Optimierungsproblem)

Nach dieser anstrengenden Woche planen Sie, einen möglichst schönen Abend zu verbringen. Um Ihr Konto nicht zu sehr zu belasten, möchten Sie höchstens 30 Mark ausgeben. Da auch der nächste Tag anstrengend wird, müssen Sie nach längstens 6 Stunden im Bett liegen. Nach reiflicher Überlegung sehen Sie folgende Möglichkeiten zur Abendgestaltung:

- Kino: Heute ist Kinotag und eine Karte im Cinedom kostet nur 8 DM, der Film dauert 2 Stunden und Sie veranschlagen 4 Spaß-Einheiten pro Film.
- Kneipe: In der Eckkneipe kostet die Stange Kölsch 2 DM. Ihre Erfahrung zeigt Ihnen, daß Sie alle 20 Minuten ein Kölsch bestellen, eine Stunde in der Kneipe bringt Ihnen 3 Spaß-Einheiten.

Wie würden Sie den Abend verbringen, wenn Sie den Spaß maximieren wollen ?

Stellen Sie das zugehörige Maximierungsproblem auf und lösen es graphisch. Was fällt Ihnen auf ? Wenn Sie nun davon ausgehen, daß es Unsinn ist, einen Film nicht zu Ende zu sehen, wie würden Sie sich dann entscheiden ? Ist diese Lösung eindeutig ?

### Aufgabe 3 (Transformation auf Standardform)

Bringen Sie die folgenden Optimierungsprobleme in Standardform gemäß Definition 3.1.2 der Vorlesung:

$$\begin{array}{ll} (2) & \max \quad c^T x \\ & \text{unter} \quad Ax = b. \end{array} \qquad \begin{array}{ll} (3) & \min \quad c^T x \\ & \text{unter} \quad Ax \geq b \\ & \quad \quad x \geq 0. \end{array}$$

Tip: In beiden Fällen verdoppelt sich die Anzahl der Variablen, daher ist die gesuchte neue Matrix  $\tilde{A}$  auch von der Form  $\tilde{A} = (A, B)$ . Die jeweiligen “Tricks” findet man im Skript.

### Aufgabe 4 (Optimierungsproblem mit 3 Variablen)

Lösen Sie das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{ll} (4) & \max \quad 3x + 4y + 3z \\ & \text{unter} \quad x + 2y \leq 12 \\ & \quad \quad x + y + z \leq 8 \\ & \quad \quad x, y, z \geq 0, \end{array}$$

indem Sie explizit die Ecken des zulässigen Bereichs berechnen (hier sind 3 Nebenbedingungen aktiv) und die Zielfunktionswerte vergleichen.