

6. Übung zur Vorlesung Algorithmische Mathematik

Aufgabe 1 (Graphische Lösung eines Optimierungsproblems II)

Ein Schönheitschirurg hat sich auf Fettabsaugen (Typ A) und Ohrenanlegen (Typ B) spezialisiert. Fettabsaugen dauert 1 Stunde, für eine Operation eines Typ B-Patienten werden 2 Stunden benötigt. Aus gesetzlichen Gründen darf der Arzt nicht länger als 6 Stunden am Tag operieren. Desweiteren müssen beide Patienten zur Beobachtung eine Nacht in seiner Klinik verbringen, dafür stehen 4 Betten zur Verfügung. Von einem Patienten vom Typ A verlangt er 2 TDM, Ohrenanlegen läßt er sich mit 3 TDM honorieren.

Formulieren Sie das zugehörige lineare Programm und lösen es graphisch.

Aufgabe 2 (Lösen eines Optimierungsproblems durch explizite Berechnung der Ecken)

Lösen Sie das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{unter} \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ & x_1 + x_2 + x_4 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned} \tag{1}$$

analog zur Uni–Übung, indem Sie die Ecken nach Lemma 3.4.2. berechnen und das Optimalitätskriterium aus Proposition 3.4.2 verwenden.

Wie können Sie die Lösung mit der aus Aufgabe 1 in Einklang bringen ?

Aufgabe 3 (Dualisieren linearer Programme)

Dualisieren Sie folgende lineare Programme:

(i)	(ii)
$\begin{aligned} \max \quad & f^T y + g^T z \\ \text{unter} \quad & By + Cz \leq d \\ & Dy + Ez = e \\ & z \geq 0 \\ \text{mit} \quad & y, z \in \mathbb{R}^n. \end{aligned}$	$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ \text{unter} \quad & 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \leq 0 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 \geq 3 \\ & -x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ & x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$

Tip: Bringen Sie die jeweiligen Probleme zunächst auf Standardform.

Aufgabe 4 (Simplex-Algorithmus)

Lösen Sie (1), indem Sie ausgehend von der Basis $\{3, 4\}$ solange zu benachbarten Basen übergehen, bis die Lösung gefunden ist. Benutzen Sie dabei noch nicht die Tableauform des Simplex.

Tip: Folgen Sie einfach der schematischen Skizze des Simplex-Algorithmus aus dem Skript.