

10. Uni–Übung zur Vorlesung Algorithmische Mathematik

Aufgabe 1

Lösen Sie das folgende Optimierungsproblem mit der Hilfe der Multiplikatorenregel von Lagrange:

$$\begin{array}{ll} \min & f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 + 2x_1 \\ \text{unter} & x_1 + x_2 = 6. \end{array} \quad (1)$$

Tip: Aus den Bedingungen für ein Minimum wird im Fall $k = 1$:

$$h(x^*) = 0 \quad \text{und} \quad \nabla f(x^*) = \lambda \nabla h(x^*).$$

Zusammen mit der Bedingung $h(x) = 0$ erhalten Sie in dieser Aufgabe ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung von x^* und λ .

Aufgabe 2

Ein Monopolist bietet 2 Produkte in den Mengen x_1 und x_2 an. Eine Marktanalyse ergibt folgende Preis-Absatz-Funktionen:

$$p_1(x_1) := 6 - \frac{x_1}{2} \quad \text{bzw.} \quad p_2(x_2) = 10 - x_2 \quad (2)$$

Insgesamt können höchstens 8 Mengeneinheiten produziert werden, gesucht ist das erlösmaximale Produktionsprogramm, also

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 p(x_1) + x_2 p(x_2) \\ \text{unter} & x_1 + x_2 \leq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array} \quad (3)$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie das Minimum von

$$f(x, y) := (x - 2)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 4xy \quad (4)$$

unter den Nebenbedingungen $x + y \leq 1$ und $x, y \geq 0$.