MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT ZU KÖLN
PD Dr. Gerhard–Wilhelm Weber
Dipl.Math. Michael Kurth

WS 2000/2001
- Blatt 5-

17.11.2000

5. Uni–Übung zur Vorlesung Algorithmische Mathematik

Aufgabe 1

Ein Automobilhersteller baut in seinem Werk zwei Autotypen namens "Clever" und "Wise". Er möchte die Fertigung pro Fließband so gestalten, daß sein Gewinn optimiert wird. Ein "Clever" kostet 30 TDM, ein "Wise" wird für 40 TDM verkauft. Eine Erhebung liefert folgende Fakten:

- Die Fertigungszeit eines Autos der Marke "Clever" an einem Fließband beträgt 1 Stunde, der aufwendigere "Wise" belegt das Fließband hingegen 2 Stunden.
- Insgesamt kann das Fließband pro Tag maximal 12 Stunden betrieben werden.
- Der Automobiltransporter, der abends die fertigen Autos abholt, kann höchstens 8 Wagen transportieren.

Formulieren Sie das zugehörige Maximierungsproblem.

Dazu seien $x_1 \geq 0$ bzw. $x_2 \geq 0$ die Anzahl der gefertigten Autos am Tag vom Typ "Clever" bzw. "Wise", es sind die Zielfunktion und alle Restriktionen anzugeben.

Aufgabe 2

Lösen Sie die Maximierungsaufgabe aus Aufgabe 1 graphisch.

Zeichen Sie dazu zunächst den zulässigen Bereich in die (x_1, x_2)-Ebene ein und verschieben Sie die Isogewinngerade (für die Zielfunktion $f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$ berechnen diese Geraden sich aus $f(x_1, x_2) = c$) parallel in Richtung positiver Erlöse (wachsende c) soweit wie möglich. Nun sollte die Isogewinngerade den zulässigen Bereich nur noch in einem Punkt berühren, dieser Punkt ist Ecke des Polyeders. Die Koordinaten dieser Ecke geben die optimale Wahl von x_1 und x_2 an. Wie lautet der zugehörige Gewinn (also das zugehörige c)?

Aufgabe 3

Bringen Sie das folgende Optimierungsproblem in Standardform gemäß Definition 3.1.2 der Vorlesung:

$$\begin{array}{rl} \max & c_1x_1 + c_2x_2 \\ \text{unter} & a_1x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ & 3x_1 + a_2x_2 = 0 \\ & x_1 \leq 0 \\ & x_2 \geq 0. \end{array} \tag{1}$$

Dabei transformiert man eine $\leq$-Relation in eine Bedingung für Gleichheit, indem man eine nichtnegative Schlupfvariable einführt. Das falsche Vorzeichen von x_1 läßt sich durch Übergang zu $\tilde{x}_1 = -x_1$ umgehen.