

8. Uni–Übung zur Vorlesung Algorithmische Mathematik

Aufgabe 1

Gegeben sei das folgende lineare Optimierungsproblem

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + 4x_2 \\ \text{unter} & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array} \quad (1)$$

Zeigen Sie für dieses Beispiel: Das duale Problem des dualen Problems ist das primale Problem.

Aufgabe 2

Betrachten Sie folgendes lineare Programm:

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + x_2 \\ \text{unter} & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & \frac{1}{2}x_1 - x_2 \leq 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array} \quad (2)$$

Zeigen Sie zunächst analytisch, daß es unbeschränkt ist. Starten Sie nun das Simplex-Verfahren, woran kann man die Unbeschränktheit erkennen ?

Aufgabe 3

Ein Student möchte den Lernaufwand für sein Studium optimieren. Er nimmt dazu an, daß ihm das Durcharbeiten seiner Vorlesungsmitschrift halb so viel soviel Nutzen bringt wie das Lesen fachbezogener Literatur. Insgesamt möchte er sich pro Woche 10 Stunden mit dem Lernen beschäftigen. Da er keine große Fachbuchsammlung besitzt, kann er die ergänzende Literatur nur in der Uni-Bibliothek in seinen insgesamt 6 Freistunden lesen.

- (i) Wie soll der Student das Lernen organisieren ?
- (ii) Nach einer Woche fällt dem Student auf, daß er mehr Freizeit braucht. Daher möchte er nur noch 8 Stunden die Woche mit Lernen verbringen, wie soll er sie aufteilen ?

Tip: Die reduzierten Kosten sind unabhängig von der Wahl von b . Mit der in (i) als optimal gefundenen Basis B gilt nun: Solange $x_B = A_B b \geq 0$, bleibt x_B die optimale Ecke.

- (iii) Wiederum eine Woche später überlegt sich der Student, daß er sich auch mit Kommilitonen zum gemeinsamen Reflektieren des Stoffes treffen könnte. Trotz allem möchte er sich nicht mehr als 10 Stunden die Woche mit der Vorlesung beschäftigen. Wieviel Nutzen müßte eine Stunde bringen, damit es sich lohnen würde den Plan zu ändern ?

Tip: Sei c_3 der Nutzen, der eine Stunde Diskussion mit den Kommilitonen bringt. Damit wir eine Verbesserung erreichen, muß gelten: $c_3 > c_B^T A_B^{-1} A_{.3}$, dabei ist B die optimale Basis aus (i) und $A_{.3}$ der erste Einheitsvektor, der sich durch Änderung der ersten Restriktion ergibt.