MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT ZU KÖLN
PD Dr. Johannes Müller
Dipl.Math. Michael Kurth
Dipl.Math. Andreas Zapp

SS 2001
- Blatt 7-

30.5.2001

7. Übung zur Vorlesung Verzweigungstheorie

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Art der Bifurkation von der trivialen Lösung in den Systemen

(i) $\dot{x} = x\exp(-x^2) - \lambda x$

(ii) $\dot{x} = \lambda x - x\exp(x) + x\exp(-x)$

Aufgabe 2

Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mu x - y - 2xy \\ \dot{y} &= x + \mu y - x^2. \end{aligned} \tag{1}$$

Transformieren Sie mit einer Near-Identity-Transformation die Terme zweiter Ordnung heraus und geben das resultierende System an.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Poincaré-Abbildung zu dem System

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mu x - y - (x + \frac{3}{2}y)(x^2 + y^2) \\ \dot{y} &= x + \mu y + (\frac{3}{2}x - y)(x^2 + y^2) \end{aligned} \tag{2}$$

analog zum Vorgehen der Vorlesung. Beweisen Sie weiter die Existenz einer periodischen Lösung für $\mu > 0$ durch Einführung von Polarkoordinaten.

Aufgabe 4

Zu untersuchen ist das folgende Räuber-Beute Modell

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 3x(1-x) - xy - \lambda(1 - \exp(-5x)) \\ \dot{y} &= -y + 3xy. \end{aligned} \tag{3}$$

Interpretieren Sie dieses und geben das komplette Verzweigungsverhalten an, indem Sie zunächst die stationären Punkte berechnen und dann in diesen die Linearisierung betrachten.