Universität Köln
Angewandte Mathematik
Johannes Müller
Michael Kurth

Mathematik für Biologen I, WS 01/02
http://www.mi.uni-koeln.de/mi/Forschung/Kuepper/biologie.html

Mathematisches Institut
Raum 116/117
Tel: 0221/4702891

Übungsblatt Nr. 5

Abgabe am 21.11.2001 vor den Übungen

Aufgabe 1 (4 Punkte):

In dieser Aufgabe wollen wir die Formel für die lineare Regression herleiten. Sei dazu wie in der Vorlesung

$$f(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (ax_i + b))^2$$

(a) Berechnen Sie zunächst $\frac{\partial}{\partial b} f(a,b)$ und setzen dies gleich Null.

(b) Zusammen mit der Formel aus der Vorlesung für $\frac{\partial}{\partial a} f(a,b)$ ergeben sich nun zwei Gleichungen für die beiden Unbekannten a und b, aus denen man die bekannte Lösung herleite.

Aufgabe 2 (4 Punkte):

Käfer werden 5 Stunden Karbondisulfid ausgesetzt. Wir bezeichnen mit c_i die Konzentration, mit n_i die Zahl der Käfer und mit r_i die Zahl der getöteten Käfer.

Konzentration	Käfer insgesamt	getötet
$c_1 = 1.6907$	$n_1 = 59$	$r_1 = 6$
$c_2 = 1.7242$	$n_2 = 60$	$r_2 = 13$
$c_3 = 1.7552$	$n_3 = 62$	$r_3 = 18$
$c_4 = 1.7842$	$n_4 = 56$	$r_4 = 28$
$c_5 = 1.8113$	$n_5 = 63$	$r_5 = 52$
$c_6 = 1.8369$	$n_6 = 59$	$r_6 = 53$
$c_7 = 1.8610$	$n_7 = 62$	$r_7 = 61$
$c_8 = 1.8839$	$n_8 = 60$	$r_8 = 60$

Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen der relativen Anzahl getöteter Käfer und der Konzentration des Karbondisulfids, indem Sie ein logit-Modell zu Grunde legen. Bei welcher Konzentration stirbt die Hälfte der Käfer (LD50-Wert)? Zeichnen Sie weiter die Daten mitsamt der errechneten Funktion in ein Diagramm.

Aufgabe 3 (vorrechnen):

Die Daten der Maus-Elefantenkurve betreffen die Abhängigkeit von Sauerstoffverbrauch und Körpergewicht.

Tierart	Körpergewicht $[g]$	O_2-Verbrauch $[ml/(g\,h)]$
Maus	25	1.65
Ratte	290	0.87
Hund	11700	0.33
Schaf	42700	0.22
Mensch	70000	0.21
Pferd	650000	0.11
Elefant	3833000	0.07

Daten aus: R. Eckert, Tierphysiologie. Thieme, 1986. pp.622

Welcher funktionale Zusammenhang der Form Verbrauch=α Gewicht$^\beta$ beschreibt die obigen Daten ? Welchen Sauerstoffverbrauch hat eine Katze mit einem Gewicht von 2500 g nach diesem Modell ? Der tatsächliche Wert liegt übrigens bei 0.68.

Veranschaulichen Sie sich den Zusammenhang zwischen Verbrauch und Gewicht in einem Koordinatensystem. War obiger Zusammenhang sinnvoll gewählt ?

Aufgabe 4 (vorrechnen):

Bei Brillenschötchen (*Biscutella laevigata*) wurden Anzahl der Stengelblätter am Hauptsproß und Sproßhöhe gemessen. Dabei ergab sich folgende Tabelle:

Anzahl Stengelblätter	Sproßhöhe [cm]
3	7
5	13
6	14
8	17
11	20
14	25

Berechnen Sie die lineare Regressionsgerade und tragen diese zusammen mit den Messdaten in ein Koordatensystem ein.

Aufgabe 5 (Wiederholung):

Eine Bakterienkultur der Masse M_0 werde in einer Nährlösung gezüchtet. Sie vermehre sich täglich um 15%. Zu wissenschaftlichen Testzwecken werde aber auch in täglichen Abständen die Menge M entnommen.

(a) Ermitteln Sie eine allgemeine Berechnungsformel für die Menge M_n der Bakterien nach n Tagen.

(b) Wie groß ist im Falle $M_0 = 21g$, $M = 3g$ die Bakterienmasse nach 20 und nach 30 Tagen? Was passiert für $n \to \infty$? Ist dies realistisch ?

(c) Wie hoch muss die tägliche Entnahme sein, um die Masse der Bakterien konstant zu halten ?