Universität Köln
Angewandte Mathematik
Johannes Müller
Michael Kurth

Mathematik für Biologen I, WS 01/02
`http://www.mi.uni-koeln.de/mi/Forschung/Kuepper/biologie.html`

Mathematisches Institut
Raum 116/117
Tel: 0221/4702891

Übungsblatt Nr. 7

Abgabe am 5.12.2001 vor den Übungen

Aufgabe 1 (8 Punkte):

Skizzieren Sie die folgenden Funktionen jeweils ohne Verwendung einer Wertetafel (wo sind Nullstellen, Maxima, usw.) zwischen 0 und 4π.

(a) $f_1(x) = \sin(x)$

(b) $f_2(x) = 2\sin(x)$

(c) $f_3(x) = 2\sin(x + \pi)$

(d) $f_4(x) = 2\sin(\frac{1}{2}x + \pi)$

(e) $f_5(x) = 2\sin(2x + \pi)$

(f) $f_6(x) = 2\cos(2x + \frac{\pi}{2}) + 3$

Aufgabe 2 (8 Punkte):

Gegeben sei die Funktion

$$f(t) = \sin(2t) + \sqrt{3}\cos(2t).$$

Berechnen Sie Amplitude R, Frequenz ω und Phase φ_0 von f und skizzieren die Funktion ohne Verwendung einer Wertetafel.

Aufgabe 3 (vorrechnen):

In dieser Aufgabe betrachten wir die Schwingungsgleichung (für $k > 0$)

$$\ddot{x}(t) = -kx(t)$$

zusammen mit den Anfangsbedingungen $x(0) = 1$ und $\dot{x}(0) = v(0) = -1$. Wie lautet die Lösung ? Sei nun $k = 4$. Zeichnen Sie $x(t)$ und $\dot{x}(t) = v(t)$ für $0 \leq t \leq 2\pi$ jeweils in ein Koordinatensystem ein. Tragen Sie dann in einem weiteren Koordinatensystem x gegen v auf.

Tip : Zum Lösen der Differentialgleichung muss die in der Vorlesung angegebene Lösung noch an die Anfangsbedingungen angepasst werden.

Aufgabe 4 (vorrechnen):

Die Körpertemperatur einer Frau ist bestimmt durch einen täglichen und eine monatlichen Zyklus. Die durchschnittliche Temperatur beträgt 36.8^o. Für die beiden Zyklen gelte:

- "täglicher Zyklus": Periode $T = 1$ Tag, Amplitude $R = 0.3$, Phase $\varphi_0 = 2\pi \cdot 8/24$
- "monatlicher Zyklus": Periode $T = 28$ Tage, Amplitude $R = 0.2$, Phase $\varphi_0 = 2\pi \cdot 9/28$

Stellen Sie die zu den einzelnen Zykeln gehörigen Funktionen in Abhängigkeit von t [Tage] auf und skizzieren sie diese innerhalb ihrer jeweiligen Periode. Zu welchem Zeitpunkt ist jeweils die Temperatur am höchsten ? Setzen Sie nun die beiden Funktionen zusammen und skizzieren Sie den Verlauf (ohne Wertetafel, nachdenken !). Wie hoch ist der maximale Wert der Körpertemperatur und wann wird dieser erreicht ?

Bitte wenden !

Aufgabe 5 (Wiederholung):

In dieser Aufgabe wollen wir uns mit Diffusion beschäftigen. Eine Substanz verlässt eine Zelle mit einer Rate, die proportional ist zu der Konzentration innerhalb der Zelle und dringt in die Zelle ein mit einer Rate die proportional zur Konzenration ausserhalb ist. Dabei hängen die Konstanten von der Substanz sowie den Eigenschaften der trennenden Membran ab. Sei $C(t)$ die Konzentration in der Zelle, Γ die Konzentration außerhalb und β der Proportionalitätsfaktor. Dann lautet das Modell

$$\frac{d}{dt}C(t) = \beta(\Gamma - C(t))$$

(a) Lösen Sie die Differentialgleichung unter der Annahme, daß zu Beginn des Diffusionsvorgangs eine Konzentration C_0 in der Zelle ist.

(b) Wieso wurde die Konzentration Γ unabhängig von t gewählt ? Ist dies realistisch ?

(c) Welches Verhalten stellt sich langfristig ein ?

Für diejenigen, denen das griechische Alphabet und die Aussprache der griechischen Buchstaben nicht so geläufig sind, ist folgende Tabelle gedacht:

α	alpha	β	beta	$\gamma,\ \Gamma$	gamma	δ	delta
$\epsilon,\ \varepsilon$	epsilon	ζ	zeta	η	eta	$\theta,\ \vartheta$	theta
ι	iota	κ	kappa	λ	lambda	μ	my (“mü”)
ν	ny (“nü”)	ξ	xi	o	omikron	$\pi,\ \Pi$	pi
$\rho,\ \varrho$	rho	$\sigma,\ \Sigma$	sigma	τ	tau	υ	ypsilon
$\phi,\ \varphi$	phi	χ	chi	ψ	psi	$\omega\ \Omega$	omega

Tabelle der griechischen Buchstaben