MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT ZU KÖLN
Johannes Schropp, Michael Kurth

WS 2002/2003
18.10.2002

1. Übung zu Mathematik für Biologen I

http://www.mi.uni-koeln.de/~mkurth/biologie.html

Aufgabe 1

(i) Ein mol eines Stoffes entspricht der Menge von $6 \cdot 10^{23}$ Teilchen dieses Stoffes. Für ein Experiment benötigen Sie nun 60 ml einer 4-mol Lösung, also 4 mol pro Liter Wasser. Im Labor finden Sie aber nur einen Liter 20-mol Lösung. Bestimmen Sie die Menge Wasser und die minimale Menge dieser Lösung, die gemischt das gewünschte Ergebnis liefern.

(ii) 1000 Zellen einer Bakterienkultur wurden für 10 Stunden in einem Nährmedium aufgezogen, in dem sie sich jede Stunde einmal verdoppeln. Danach wurde 0,1 % der nun vorhandenen Zellen in ein Medium überimpft, in dem die Verdoppelungszeit 30 min. beträgt. Wie viele Zellen befinden sich nach weiteren 5 Stunden Inkubationszeit in diesem Ansatz?

Aufgabe 2

In seiner 1913 erschienenen Arbeit „Über Geschwindigkeit und Größe der Hefevermehrung in Würze“ untersuchte T. Carlson die Entwicklung einer Population von Hefezellen. Das Ergebnis kann man folgender Tabelle entnehmen:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	18	29	47	71	119	174	257	351	441	513

Die Zeit t hat dabei die Einheit Stunden, der Umfang der Population der Hefezellen ist in μl Zellvolumen pro 100 ml Medium angegeben.

(i) Die in der Tabelle verzeichneten Zeitpunkte seien mit $t_1, \ldots, t_{10}$ bezeichnet. Berechnen Sie die durchschnittlichen Veränderungsraten

$$\overline{v}_i := Q([t_{i+1}, t_i]) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{t_{i+1} - t_i}, \quad i = 1, \ldots, 9,$$

in den Intervallen $[t_i, t_{i+1}]$, wobei die Zuordnung $x : t_i \to x(t_i)$ durch die Tabelle gegeben sei.

(ii) Zeichnen Sie die Funktionen $f : i \to t_i$, $i = 1, \ldots, 10$ und $g : t_i \to \overline{v}_i$, $i = 1, \ldots, 9$ in zwei Diagramme ein. Tragen Sie auch eine kontinuierliche Approximation der Daten ein.

Aufgabe 3

Aufgrund des Waldsterbens werden in einem Wald von 10 ha in jedem Winter die schwer erkrankten Bäume gefällt. Wieviel ha Wald stehen noch nach 1,2,3,4,5,6 Jahren, wenn der Anteil der schwer erkrankten Bäume am Gesamtbestand

(i) im ersten Jahr 3% beträgt und sich der Prozentsatz jährlich verdoppelt ?

(ii) jährlich 20% beträgt ?

Tragen Sie die Daten jeweils in eine Tabelle ein und zeichnen Sie die Entwicklungskurven für den Waldbestand in ein gemeinsames Koordinatensystem.

Abgabe am 25.10.2002 vor der Vorlesung.

Informationen zur Veranstaltung:

- Die **Vorlesung** Mathematik für Biologen I ist eine Pflichtveranstaltung im Biologie-Studium. Zum Scheinerwerb ist die erfolgreiche Teilnahme an den Übungen und der Abschlussklausur erforderlich.

- Die **Übungen** finden in mehreren Gruppen donnerstags und freitags statt, die Einteilung hat am Ende der ersten Vorlesung stattgefunden. Jede Woche wird ein Übungszettel mit in der Regel drei schriftlich zu bearbeitenden Aufgaben verteilt. Die Lösungen werden in den einzelnen Übungsgruppen abgegeben, vom jeweiligen Übungsleiter korrigiert und bepunktet und in der darauf folgenden Woche zurückgegeben und besprochen. Zur erfolgreichen Teilnahme an den Übungen sind 50 % der erreichbaren Punkte sowie aktive Teilnahme an den Übungen durch Vorrechnen einzelner Aufgaben erforderlich.

- Die **Klausur** findet am Freitag, dem 7.2.2003, zur üblichen Vorlesungszeit statt. Durch erfolgreiche Teilnahme an den Übungen kann für die Klausur ein Bonus erworben werden.

- Auf der **Internetseite** `http://www.mi.uni-koeln.de/~mkurth/biologie.html` stehen die Übungsblätter sowie sonstige Informationen zu den Übungen und der Vorlesung bereit.

- Die erste Übung wird am 25.10.2002 vor der Vorlesung abgegeben. Die erste Übungsstunde findet für die Freitagsgruppen am Freitag, dem 25.10.2002 , statt. Die Donnerstagsgruppen treffen sich das erste Mal am Donnerstag, dem 31.10.2002.

- Als begleitende **Literatur** werden folgende Bücher empfohlen
  - Bohl: Mathematik in der Biologie, Springer-Verlag
  - Hadeler: Mathematik für Biologen, Springer Taschenbücher
  - Edelstein-Keshet, Leah: Mathematical models in biology, Birkhäuser (weiterführend)

- **Wichtiger Hinweis für die Teilnehmer der Freitagsgruppen:**

  Am Freitag, dem 1.11.2002, fallen alle Veranstaltungen wegen Allerheiligen aus, die Abgabe der zweiten Übung wird für die Teilnehmer der Freitagsgruppen auf Donnerstag vorgezogen. Diese Übung ist bis Donnerstag, 14:00 im Keller des Mathematischen Instituts in den Übungskasten einzuwerfen. Dort liegt an diesem Tag, wie auch im Internet, das dritte Übungsblatt bereit, welches dann wieder ganz normal am Freitag, dem 8.11.2002, in den Übungsgruppen abgeben wird.

Auf eine gute Zusammenarbeit und viel Freude an der Mathematik !