

2. Übung zu Mathematik für Biologen I

<http://www.mi.uni-koeln.de/~mkurth/biologie>

Aufgabe 1

Gegeben seien die Intervalle $I_1 := [0, 2)$ und $I_2 := \{t \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{\pi} \leq t\}$ sowie die Menge $M = \{t \in \mathbb{Q} \mid t < 1\}$

- (i) Zeichnen Sie die Intervalle I_1 und I_2 qualitativ auf einem Zahlenstrahl ein. Geben Sie aus der Menge $\{0, \frac{1}{\pi}, \frac{1}{2+\pi}, \frac{\pi}{2}, 2, \pi^2, -\pi\}$ diejenigen Zahlen an, die Element von I_1 und zugleich Element von I_2 sind. Mit $I_1 \cap I_2$ sei die Schnittmenge von I_1 und I_2 bezeichnet, geben Sie diese als Intervall an.
- (ii) Berechnen Sie $I_1 \cap M$, $I_2 \cap M$ und $I_1 \cap I_2 \cap M$.

Aufgabe 2

In dieser Aufgabe betrachten wir die in der Vorlesung erklärten Enzym-Substrat-Komplexe.

- (i) Ein Enzym hat $N = 5$ Bindungsstellen. Auf wie viele verschiedene Weisen können $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ Bindestellen besetzt werden? Fertigen Sie wie in der Vorlesung ein schematisches Bild der verschiedenen Enzym-Substrat-Komplexe an.
- (ii) Wie viele verschiedene Komplexe kann ein Enzym mit $N = 2, 3, 4, 5$ Bindestellen insgesamt bilden? Finden Sie eine allgemeingültige Formel für ein allgemeines N .
- (iii) Beweisen Sie die Gültigkeit der in (ii) gefundenen Formel mit Hilfe der allgemeinen binomischen Formel

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$

Aufgabe 3

Eine Zelle wird in eine Flüssigkeit getaucht. Sie nimmt in jeder Minute N Partikel aus der Flüssigkeit auf und gibt 20% der jeweils vorhandenen Partikel ab. Sei die Anzahl der von der Zelle nach n Minuten aufgenommenen Partikel mit N_n bezeichnet.

- (i) Stellen Sie eine allgemeine Formel zur Berechnung der N_n auf. Benutzen Sie dabei das Summenzeichen.
- (ii) Vereinfachen Sie die in (i) hergeleitete Formel, indem Sie die für $q \neq 1$ gültige geometrische Summenformel

$$\sum_{k=0}^n q^k := 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

verwenden.

- (iii) Berechnen Sie $N_2, N_3, N_5, N_{10}, N_{20}$ und N_{30} . Zeichnen Sie die Funktion $n \rightarrow N_n$ für $0 \leq n \leq 30$ mitsamt einer kontinuierlichen Approximation in ein Diagramm ein. Was fällt Ihnen bezüglich des Langzeitverhaltens auf? Können Sie das analytisch begründen?

Abgabe am 31.10.2002 für die Donnerstagsgruppen in den jeweiligen Übungsstunden, für die Freitagsgruppen in den dafür vorgesehenen Kasten im Keller des Mathematischen Instituts.