

3. Übung zu Mathematik für Biologen I

<http://www.mi.uni-koeln.de/~mkurth/biologie>

Aufgabe 1

Puppen einer Schmetterlingsart werden in einen Brutschrank gebracht. Man erhält folgende Messergebnisse:

Temperatur $[x]$	20.0°	22.0°	25.0°
Dauer des Puppenstadiums $[y]$	30	26.4	22.5

- (i) Berechnen Sie das quadratische Polynom $f_1(x) = ax^2 + bx + c$, welches die Daten interpoliert, d.h. $f_1(20) = 30$, $f_1(22) = 26.4$ und $f_1(25) = 22.5$, und zeichnen es mitsamt der Daten in ein Diagramm ein. Wie lange dauert das Puppenstadium nach dieser Interpolation bei 23.0° ?
- (ii) Wie groß ist - anhand des Modells aus (i) - die minimale Dauer des Puppenstadiums und bei welcher Temperatur wird sie erreicht ?
- (iii) Angenommen, das Ergebnis des Versuchs bei 22.0° stünde nicht zur Verfügung und Sie würden die beiden restlichen Ergebnisse durch eine Gerade $f_2(x) = ax + b$ interpolieren (also $f_2(x_i) = y_i$ für $i = 1, 3$). Wie würde diese lauten ? Tragen Sie die Gerade in das Diagramm aus (i) ein und berechnen für diese Interpolation den Wert bei 23.0° .

Aufgabe 2

Die Konzentration eines Medikaments im Körper eines Patienten am Tag $n + 1$ nach der Verabreichung berechnet sich nach einem Modell zu $x_{n+1} = qx_n$ für $n = 0, 1, 2, \dots$

- (i) Bestimmen Sie q , falls die Konzentration nach 2 Tagen 6.4 und nach 4 Tagen 4.096 beträgt. Wie groß war die Anfangskonzentration x_0 ?
- (ii) Tragen Sie die Werte von x_0 , x_2 , x_4 und x_{10} gemeinsam mit der Funktion $x(t) = x_0 \exp(\ln(q)t)$ in ein Koordinatensystem ein. Dabei bezeichnet $\ln(x)$ den natürlichen Logarithmus. Was fällt Ihnen auf ?
- (ii) Beweisen Sie, dass die Konzentration x_n für $n \rightarrow \infty$ verschwindet, also $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$.

Aufgabe 3

Es besteht ein direkter Zusammenhang zwischen den Nukleotidsequenzen in der Desoxyribonukleinsäure (DNS) und den Aminosäuresequenzen in Proteinen. Nukleotidsequenzen in der DNS sind Abfolgen von vier verschiedenen Nukleotiden (mit den Basen A , T , C und G), Aminosäuresequenzen in Proteinen sind Abfolgen von 20 verschiedenen Aminosäuren.

- (i) Wieviele verschieden Nukleotidsequenzen der Länge n gibt es? Aus wievielen Elementen muss demnach eine Nukleotidsequenz mindestens bestehen, damit jeder dieser Sequenzen genau eine Aminosäuresequenz zugeordnet werden kann ?
- (ii) Eine Änderung der Aminosäuresequenz kann zur Veränderung des betroffenen Proteins führen. Durch eine Manipulation sind in der Sequenz AAG zwei Basen falsch. Geben Sie alle möglichen manipulierten Sequenzen an, wie viele sind das ?
- (iii) Sei nun allgemein eine Sequenz der Länge n gegeben, bei der k Basen falsch sind. Bestimmen Sie die Anzahl aller möglichen Sequenzen.

Abgabe in den jeweiligen Übungsstunden am 7.11.2002 bzw. 8.11.2002.